

Modelo diferencial de transferencia de masa para el análisis de la lixiviación ácida del oil fly ash.

Juan Hernández¹, José González², Gabriela Carruyo² y Cezar García².

¹Escuela de Ingeniería Química. Facultad de Ingeniería. Universidad Rafael Urdaneta. Maracaibo, Estado Zulia. Venezuela.

²Laboratorio de Carbón. Facultad de Ingeniería. Universidad del Zulia. Maracaibo, Estado Zulia. Venezuela.
E-mail:cgarcia@uru.edu

Recibido: 12-07-2016.

Aceptado: 29-11-2016.

Resumen

El objeto de esta investigación es el análisis de la cinética de lixiviación ácida del oil fly ash como un proceso difuncional controlado por la fase sólida, usando como método numérico de integración el método de colocación ortogonal en combinación con el método de Runge-Kutta de cuarto orden y la minimización de errores al cuadrado entre la data experimental y la data calculada. La cinética experimental de lixiviación ácida del oil fly ash se realizó bajo ensayos batch para las granulometrías +0.64, -0.64 +0.50, -0.50 +0.36, -0.36 +0.30 y -0.30 +0.12mm, para un tiempo de contacto de 300 minutos, y la solución lixivante HCl 2M y temperatura de 25°C. Los resultados de los errores totales al cuadrado, indicaron que el Modelo de Temkin reportó los menores valores de ajuste de las cinéticas de los metales Vanadio y Níquel.

Palabras Claves: Lixiviación ácida, difusividad variable, colocación ortogonal.

Differential mass transfer model for the analysis of the acid leaching of oil fly ash.

Abstract

The objective of this research is to analyze the kinetics for acid leaching of fly ash oil as a diffusional process controlled by solid phase by using a numerical method of integration the orthogonal collocation method in combination with RungeKutta method and minimization of squared errors between the experimental data and the calculated data. The experimental kinetics of acid leaching of fly ash oil it was carried out under batch test for the sizes +.064, -.064 +0.50, -0.50 +0.36, -0.36 +0.30 , -0.30 +12 mm, for a contact time of 300 minutes and the leaching solution HCl 2M and temperature of 25°C. The results of total squared errors indicated that the Temkin Model reported minor adjustment values of Vanadium and Nickel kinetics.

Key words: Acid leaching, variable diffusivity, orthogonal collocation.

Introducción

La lixiviación es una operación unitaria que implica la eliminación de una fracción soluble, en

forma de solución, a partir de una fase sólida permeable e insoluble a la cual esta asociada. El proceso de separación contiene normalmente la disolución preferencial de determinado componente con difusión a través de la matriz intersticial del material sólido por acción de un agente líquido de extracción (Treybal R. [1]).

La transferencia de masa para cualquier proceso de lixiviación suele interpretarse por una cinética de doble resistencia: i) Difusión desde el seno de la fase sólida hasta la superficie, y ii) Difusión desde la superficie al seno de la fase líquida. Este mecanismo de transferencia de masa de manera cuantitativa se expresa en términos de coeficientes de transferencia de masa (Plawsky J. [2]); (Bird B. et al [3]), así

$$\frac{\partial C^o}{\partial t} = K_L a_L (C^* - C^o) \quad (1)$$

$$\frac{\partial q^o}{\partial t} = k_s a_s (q^o - q^*) \quad (2)$$

donde, $X_A(r, t)$ es la concentración del lixiviado en la fase líquida, C^* es la concentración de equilibrio, $K_L a_L$, coeficiente global de transferencia de masa en la fase sólida, q^o la concentración del lixiviado en fase sólida, q^* la concentración de equilibrio, $K_s a_s$, coeficiente global de transferencia de masa en la fase sólida. La cinética de lixiviación es controlada por lo procesos difuncionales, de manera separada o por una combinación de ambas resistencias. La difusión dentro de la fase sólida se considera como proceso controlante cuando la transferencia de la fase líquida a la superficie de las partículas tiene lugar más rápidamente que dentro de las partículas. En la práctica los siguientes factores contribuyen en esto (Chourio E. et al [4]); (Prieto E. et al [5]): i) alta concentración del componente preferencial en el sólido; ii) fuerte agitación de la solución lixivante; iii) grandes tamaños de partículas; iv) bajas difusividades de los componentes preferenciales a través del sólido. Para la lixiviación ácida del Oil Fly Ash, las difusividades encontradas para el Vanadio están en el orden de 10^{-7} cm²/min, mientras para el Níquel en el orden de 10^{-9} cm²/min, de manera complementaria los coeficientes de transferencia de masa de la fase sólida resultaron menores a los coeficientes de transferencia de masa en la fase líquida. Todo lo anterior, indica que el proceso de lixiviación ácida es controlada por la transferencia de masa en la fase sólida (Rosas M. et al [6]).

La transferencia de masa controlada por difusión dentro de la partícula se expresa por la Segunda Ley de Fick con un coeficiente de difusividad interna dependiente de la concentración del componente preferencial en la partícula. De ésta manera, la cinética de lixiviación expresada por la Segunda Ley de Fick conduce a una ecuación diferencial en derivadas parciales no lineales, requiriendo para soluciones aproximadas de métodos numéricos como diferencias finitas o residuos pesados.

El objetivo de esta investigación es estudiar la cinética de lixiviación ácida del oil fly ash como un proceso difusional controlado por la fase sólida, usando como método numérico de integración el método de Colocación Ortogonal en combinación con el método de Runge-Kutta de cuarto orden.

Fundamentos Teóricos

El balance diferencial de transferencia de masa para el componente preferencial y mayoritario contenido en la partícula de geometría esférica y despreciando los flujos por difusión en las direcciones angulares, está dado por:

$$\frac{\partial X_A}{\partial \zeta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_{AS} \frac{\partial x}{\partial r} \right) \quad (3)$$

donde $X_A(r, \tau)$ es la fracción del componente A en la partícula a cualquier posición y tiempo, r representa la posición adimensional y $r = r/R$, τ representa el parámetro de tiempo adimensional o Número de Fourier de Masa $\tau = \frac{D_{AO} t}{R^2}$.

DAS representa el coeficiente de difusividad del componente preferencial y mayoritario a través de la partícula sólida con dependencia de la concentración (Martínez K. et al [7]); (Alaña J. et al [8]), así

$$\text{Ecuación de Temkin, } D_{AS} = D_{AO} \left(\alpha_1 \ell_n(\beta_1 X_A) \right) \quad (4)$$

$$\text{Ecuación de Gilliland, } D_{AS} = D_{AO} \left(\alpha_2 e^{\beta_2 X_A} \right) \quad (5)$$

Al sustituir las ecuaciones 4 y 5 en el balance diferencial de transferencia de masa, ecuación 3, se obtienen respectivamente:

$$\frac{\partial X_A}{\partial \tau} = \left(\alpha_1 \ell_n(\beta_1 X_A) \right) \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial X_A}{\partial r} \right) + \frac{\alpha_1}{X_A} \left(\frac{\partial X_A}{\partial r} \right)^2 \quad (6)$$

$$\frac{\partial X_A}{\partial \tau} = \left(\alpha_2 e^{\beta_2 X_A} \right) \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial X_A}{\partial r} \right) + \left(\alpha_2 \beta_2 e^{\beta_2 X_A} \right) \left(\frac{\partial X_A}{\partial r} \right)^2 \quad (7)$$

Las condiciones de transferencia de masa asociadas a la cinética de lixiviación en ensayos experimentales tipo batch con densidad de mezcla constante como relación masa del oil fly ash y volumen de agente lixivante, se describen así:

- El componente preferencial y mayoritario se encuentra inicialmente en la partícula sólida del oil fly ash,

$$X_A(r, 0) = 1, \quad 0 \leq r < 1 \quad (8)$$

- No hay resistencia a la difusión en la solución que rodea al sólido, de modo que la concentración del componente A estará en equilibrio con la fase líquida a la superficie,

$$X_A(1, \tau) = \lambda, \quad 0 < \lambda < 1 \quad (9)$$

- Distribución simétrica en el centro de la partícula, para cualquier tiempo de contacto líquido sólido,

$$\frac{\partial X_A}{\partial r} = 0, \quad r = 0, \quad \tau > 0 \quad (10)$$

Aplicando el método de colocación ortogonal [9-13] para distribución simétrica de la fracción másica del componente preferencial y mayoritario a las ecuaciones 6 y 7, se transforman en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no-lineales:

$$\frac{dX_{AJ}}{d\tau} = \alpha_1 \ell_n(\beta_1 X_{AJ}) \sum_{i=1}^{N+1} B_{ji} X_{Ai} + \frac{\alpha_1}{X_{AJ}} \left(\sum_{i=1}^{N+1} A_{ji} X_{Ai} \right)^2 \quad (11)$$

$$\frac{dX_{AJ}}{d\tau} = \alpha_2 e^{\beta_2 X_{AJ}} \sum_{i=1}^{N+1} B_{ji} X_{Ai} + \alpha_2 \beta_2 e^{\beta_2 X_{AJ}} \left(\sum_{i=1}^{N+1} A_{ji} X_{Ai} \right)^2 \quad (12)$$

donde X_{AJ} corresponde a la fracción másica del componente A en el punto de colocación ortogonal r_J . Las condiciones de transferencia de masa en notación de colocación ortogonal se re-escriben así:

- La condición inicial, $X_{AJ} = 1, J=1,2,\dots, N$ a $\zeta = 0$ (13)

- La condición de superficie, $X_{N+1} = \lambda, 0 < \lambda < 1$ a $\zeta > 0$ (14)

- La condición de simetría, $\sum_{i=1}^{N+1} A_{li} X_{Ai} = 0, i = 1,2,\dots, N$ (15)

Los puntos de colocación ortogonal resultan de las raíces de los polinomios ortogonales definidos así:

$$\int_0^1 \omega(r) P_n(r) P_N(r) r^{-a-1} dr = 0, \quad n = 1,2,\dots, N-1 \quad (16)$$

$$P_k(r) = \sum_{j=0}^k r^{-2j} \quad (17)$$

donde a es el factor de geometría, $a=1$, planar; $a=2$, cilíndrica; $a=3$, esférica. $\omega(r)$ representa la función pesante dada por $\omega(r) = 1.0$ y $\omega(r) = 1-r^2$. Si se requiere que la solución sea simétrica

alrededor de $r=0$, entonces la solución puede ser expandida en términos de potencia de r^{-2} ,

$$X_A(r, \tau) = \sum_{i=1}^{N+1} d_i(\tau) r^{-2i-2} \quad (18)$$

Al evaluar la ecuación 18 en el punto de colocación ortogonal r_J , se escribe así,

$$X_A(r_J, \tau) = \sum_{i=1}^{N+1} d_i(\tau) r_J^{-2i-2} \quad (19)$$

en notación matricial,

$$X = Q x d \quad (20)$$

donde los elementos de la matriz Q ,

$$Q_{ji} = r_J^{-2i-2} \quad (21)$$

La primera derivada de la Ecuación 18 en notación matricial

$$\frac{d \bar{X}}{d \bar{r}} = \bar{C} \bar{x} \bar{d} \quad (22)$$

donde los elementos de la matriz $\bar{C}$,

$$C_{ji} = (2i - 2) r_j^{-2i-3} \quad (23)$$

La segunda derivada de la ecuación 18 en notación matricial

$$\nabla^2 \bar{X} = \bar{D} \bar{x} \bar{d} \quad (24)$$

donde los elementos de la matriz $\bar{D}$,

$$D_{ji} = (2i - 2)(2i - 3) r_j^{-2i-4} \quad (25)$$

De la ecuación 20 se despeja la matriz $\bar{d}$, así

$$\bar{d} = \bar{Q}^{-1} \bar{x} \bar{X} \quad (26)$$

Sustituyendo la ecuación 26 en las ecuaciones 22 y 24, resulta:

$$\frac{d \bar{X}}{d \bar{r}} = \bar{C} \bar{x} \bar{d} = \bar{C} \bar{x} \bar{Q}^{-1} \bar{x} \bar{X} = \bar{A} \bar{x} \bar{X} \quad (27)$$

$$\nabla^2 \bar{X} = \bar{D} \bar{x} \bar{d} = \bar{D} \bar{x} \bar{Q}^{-1} \bar{x} \bar{X} = \bar{B} \bar{x} \bar{X} \quad (28)$$

Para comparar la cinética de lixiviación ácida del oil con el modelo diferencial de transferencia de masa con difusividad variable es preciso la integración numérica, de los valores radiales para el volumen de la partícula. Así, para evaluar integrales se usa la fórmula de cuadratura,

$$\int_0^1 F \left(r \right)^{-a-1} r^{-2} d r = \sum_{j=1}^{N+2} W_j F(r_j)^{-2} \quad (29)$$

sustituyendo $F \left(r \right)^{-2} = r^{-2i-2}$, resulta

$$F_i = \frac{1}{2i + a - 2} = \sum_{j=1}^{N+1} W_j r_j^{-2i-2} \quad (30)$$

donde, $a = 1$ para geometría laminar, $a = 2$ para cilíndrica y $a = 3$ para geometría esférica ; en notación matricial la ecuación (30) se escribe así,

$$\bar{F} = \bar{W} \bar{x} \bar{Q} \quad (31)$$

mientras la matriz $\bar{W}$ se obtiene, $\bar{W} = \bar{F} \bar{x} \bar{Q}^{-1}$ (32)

De esta manera, la fracción promedio de los metales mayoritarios en la partícula esférica del Oil Fly Ash a cualquier tiempo ζ está dada por

$$\hat{X}_A(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^{N+1} \bar{W}_i X_A(\bar{r}_i, \tau)}{\sum_{i=1}^{N+1} \bar{W}_i} \quad (33)$$

Método de Solución Numérica

La solución numérica de cada ecuación diferencial no-lineal, ecuaciones 11 y 12, resultante de la aplicación del método de colocación ortogonal para la distribución simétrica de la fracción del soluto sobre la partícula sólida de geometría esférica a las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales dadas por las ecuaciones 4 y 5 respectivamente, se obtiene por la combinación del método de integración de Euler y del método de optimización de Rosenbrock con la modificación de Davies, Swann y Campey. De manera secuencial en la metodología de solución numérica se procede así:

- Determinación del coeficiente de difusión DAO a partir de la solución analítica equivalente a un proceso de lixiviación independiente de concentración dada, esto es la ecuación diferencial,

$$\frac{\partial X_A}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial X}{\partial r} \right) \quad (34)$$

donde τ es el Número de Transferencia de Fourier de Masa dado por $\tau = \frac{D_{AO} t}{R^2}$, mientras la solución analítica con las condiciones de transferencia, ecuaciones 8-10, es:

$$\hat{X}_A(t) = \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 D_{AO} t}{R^2}\right) \quad (35)$$

El Coeficiente de difusión DAO se calcula utilizando el método de búsqueda unidimensional de Davies, Swann y Campey (DSC) mediante el ajuste de los datos experimentales de la cinética de lixiviación con los valores calculados por la ecuación 35 bajo el criterio de la minimización de la función objetivo definida por:

$$F O B J \left(\bar{X}_A \right) = \sum_{i=1}^N \left(\bar{X}_{A \text{expt}} - \hat{X}_{Ai} \right)^2 \quad (36)$$

Los valores de D_{AO} se consideran válidos cuando la función objetivo sea mínima.

- Determinación de los parámetros α y β de la ecuación de Temkin y Gilliland a través de un método iterativo y de optimización de Rosebrock modificado por cálculo de las fracciones X_A a cada posición radial y tiempo mediante el uso del método de integración de Euler y ponderación que la función objetiva sea mínima.
- Selección de las características del método de colocación ortogonal, factor de geometría, fac-

tor pesante, número de puntos de colocación ortogonal. Seguidamente calcular las matrices de primera derivada (A) , de segunda derivada (B) y la matriz de integración (W) según las ecuaciones 27,28 y 32.

Discusión de Resultados

La cinética experimental de lixiviación ácida del Oil Fly Ash bajo ensayos batch se programaron para la granulometría presentada por las muestras disponibles, +0.64, -0.64+0.50, -0.50+0.36, -0.36+0.30 y -0.30+0.12mm, para los tiempos de contacto de 120, 150, 210, 240 y 300 minutos, y la solución lixivante HCl de 2M y temperatura ambiental (25°C) (Hernández [14]).

En las Tablas No 1-5 se presentan las cinéticas de lixiviación ácida para los metales mayoritarios de Vanadio y Níquel, a partir de la muestra granular de Oil Fly Ash de tamaño +0.67mm hasta la muestra pulverizada de tamaño -0.30-0.12mm. Del análisis de las referidas tablas, se destacan los siguientes elementos:

- Para la granulometría examinada en esta investigación, los metales mayoritarios V y Ni se distribuyen en mayores concentraciones para las muestras de mayores tamaños del Oil Fly Ash. Para la muestra de tamaño +0.67mm las concentraciones iniciales de V y Ni resultaron $330.13 \frac{mg}{g}$ y $13.42 \frac{mg}{g}$ respectivamente, en comparación con $92.06 \frac{mg}{g}$ y $4.65 \frac{mg}{g}$ para la muestra de menor tamaño -0.30+0.12mm.
- La Lixiviación ácida (HCl) muestra la mayor extracción al inicio del proceso, luego tiende hacia un valor estacionario, esto es, una alta velocidad de transferencia desde la fase sólida hasta la fase lixivante luego disminuye para tiempos mayores a 150 minutos de contacto. Los valores de extracción para las condiciones operacionales se ubicaron de 26.93% para el Vanadio y 12.22 para el Níquel.

Tabla No 1: Cinética de lixiviación para la granulometría +0.67mm.

Tiempo, min.	Concentración V, mg/g	Concentración Ni, mg/g
0	330.13	13.42
120	275.12	12.85
150	257.29	12.74
210	250.13	12.08
240	247.49	11.87
300	241.22	11.78

Tabla No 2: Cinética de lixiviación para la granulometría -0.64+0.50mm.

Tiempo, min.	Concentración V, mg/g	Concentración Ni, mg/g
0	315.74	9.34
120	271.45	8.85
150	262.73	8.81
210	260.01	8.71
240	259.13	8.68
300	257.82	8.60

Tabla No 3: Cinética de Lixiviación para la granulometría -0.50+0.36mm.

Tiempo, min.	Concentración V, mg/g	Concentración Ni, mg/g
0	145.73	6.61
120	118.93	6.31
150	115.11	6.30
210	114.37	6.29
240	113.99	6.28
300	113.44	6.27

Tabla No 4: Cinética de Lixiviación Ácida para la granulometría -0.36+0.30mm.

Tiempo, min.	Concentración V, mg/g	Concentración Ni, mg/g
0	100.47	4.7900
120	79.52	4.5060
150	76.21	4.4995
210	75.76	4.4945
240	75.66	4.1954
300	75.24	4.1948

Tabla No 5: Cinética de Lixiviación Ácida para la granulometría -0.30+0.12mm.

Tiempo, min.	Concentración V, mg/g	Concentración Ni, mg/g
0	92.06	4.6500
120	71.70	4.4143
150	68.41	4.4101
210	68.18	4.4067
240	67.67	4.3975
300	67.50	4.3965

La transferencia de los metales V y Ni desde la superficie interior del Oil Fly Ash a la interficie lixiviante-sólido, suele interpretarse como un proceso de difusión en términos del coeficiente de difusión, con la distribución másica dada por la Ecuación 35 si se asume que los coeficientes de difusión independientes de la concentración de la fase sólida. Del ajuste de las distribuciones de Vanadio y Níquel con el tiempo de contacto entre el Oil Fly ash y la solución lixiviante, se lograron los valores del coeficiente de Difusividad para V y Ni en función de granulometría para las condiciones operantes de la lixiviación ácida.

Tabla No 6: Coeficientes de Difusividad en función de la granulometría.

Granulometría mm.	Difusividad V, cm ² /min.	Difusividad Ni, cm ² /min.
+0.642	14.99 x 10 ⁻⁸	18.98 x 10 ⁻⁹
-0.642+0.500	5.59 x 10 ⁻⁸	7.01 x 10 ⁻⁹
-0.500+0.355	5.06 x 10 ⁻⁸	2.17 x 10 ⁻⁹
-0.355+0.300	4.06 x 10 ⁻⁸	4.44 x 10 ⁻⁹
-0300+0.125	1.88 x 10 ⁻⁸	0.67 x 10 ⁻⁹

En la Tabla No 6 se muestran los valores del Coeficiente de Difusividad para los metales V y Ni a través de la partícula de oil Fly Ash. Los valores de difusividad del Ni se encuentran en el orden de 10⁻⁹ en comparación con los valores de difusividad del V en el orden de 10⁻⁸, esto significa que la velocidad de transferencia de masa desde el Oil Fly Ash es más rápida para la lixiviación del Vanadio que para el

Níquel.

De igual manera, se observa mayor coeficiente de difusividad para las partículas de Oil Fly Ash de mayores tamaños, tanto para V como para Ni, atribuible al mayor hinchamiento de los poros por el agua libre en la fase lixivante.

La cinética de lixiviación expresada por la ecuación 3 con un coeficiente de difusividad variable dependiente de la concentración del metal en la fase sólida por intermedio de las ecuaciones 4 y 5, resuelta a través del método integro-numérico de colocación ortogonal y por optimización de los coeficientes α y β , tomando como base referencial la cinética experimental contenida en las Tablas 1-5, se presenta en las Tablas 7-10 en función de los referidos coeficientes α y β para los modelos de Temkin y Gilliland. Del análisis de los errores obtenidos de la diferencia de errores totales al cuadrado entre la data experimental y la cinética calculada por el método de colocación ortogonal son bajos encontrándose en un rango entre 10^{-3} y 10^{-6} , mientras el modelo de Temkin reporta valores menores para el ajuste de las cinéticas de los metales Vanadio y Níquel. A título ilustrativo, el coeficiente de difusividad variable con la concentración de la fase sólida, para el V reporta un error total de 2.64×10^{-4} para la fracción granular. Para el modelo de Temkin comparado con 1.3×10^{-3} con el modelo de Gilliland; un de 4.18×10^{-4} para la fracción pulverizada con el modelo de Temkin en comparación con 6.83×10^{-4} con el modelo de Gilliland para la lixiviación del Vanadio.

Tabla No 7: Ajuste de la data cinética experimental para la lixiviación de vanadio con ácido clorhídrico como lixivante; al modelo de Temkin.

Granulometría (mm)	α	β	Error.
+0.642	0.0974	3.6531×10^5	2.6399×10^{-4}
-0.642+0.5	0.0923	8.5070×10^5	3.4255×10^{-4}
-0.5+0.355	3.1716	5.5398×10^3	0.0012
-0.355+0.3	6.5290	3.5415×10^3	4.0462×10^{-4}
-0.3+0.125	7.7820	8.6652×10^3	4.1856×10^{-4}

Tabla No 8: Ajuste de la data cinética experimental para la lixiviación de níquel con ácido clorhídrico como lixivante; al modelo de Temkin.

Granulometría (mm)	α	β	Error.
+0.642	13.4999	7.5498×10^3	4.5166×10^{-4}
-0.642+0.5	37.8615	2.5742×10^3	9.9542×10^{-5}
-0.5+0.355	122.8208	1.9914×10^3	1.0740×10^{-5}
-0.355+0.3	12.0761	7.5362×10^3	6.2761×10^{-4}
-0.3+0.125	130.0653	2.6812×10^3	7.1175×10^{-6}

Tabla No 9: Ajuste de la data cinética experimental para la lixiviación de vanadio con ácido clorhídrico como lixivante; al modelo de Gilliland.

Granulometría (mm)	α	β	Error.
+0.642	5.1986	2.0422	0.0013
-0.642+0.5	7.7367	2.5599	4.4492×10^{-4}
-0.5+0.355	8.7964	2.1328	4.2554×10^{-4}
-0.355+0.3	6.8440	2.3178	5.9122×10^{-4}
-0.3+0.125	6.1629	2.2603	6.8284×10^{-4}

Tabla No 10: Ajuste de la data cinética experimental para la lixiviación de níquel con ácido clorhídrico como lixiviante; al modelo de Gilliland.

Granulometría (mm)	α	β	Error.
+0.642	2.3233	4.3354	4.8182e-004
-0.642+0.5	2.6500	4.9773	1.0342e-004
-0.5+0.355	1.7593	6.5465	1.0592e-005
-0.355+0.3	2.2751	4.2086	6.6795e-004
-0.3+0.125	3.0418	6.1249	6.6570e-006

Conclusiones

Del análisis de los resultados de esta investigación se derivan las siguientes conclusiones:

- Los metales V y Ni se distribuyeron en mayores concentraciones para las muestras de mayores tamaños del Oil Fly Ash, así 330.13 mg/g y 13.42 mg/g respectivamente, para la muestra de tamaño +0.67mm;
- La lixiviación ácida con HCl presentó la mayor separación de los metales V y Ni para tiempos menores de 120 minutos, luego tiende hacia un valor estacionario para tiempos mayores a 150 minutos;
- Los valores de difusividad constante del Ni se encuentran en el orden de 10^{-9} en comparación con los valores de difusividad del V en el orden de 10^{-8} , esto significa que la velocidad de transferencia de masa desde el seno del Oil Fly Ash es mayor para la lixiviación del Vanadio que para el Níquel;
- Del análisis de los errores totales al cuadrado entre la cinética experimental y la cinética calculada por el método de colocación ortogonal, ubicándose entre 10^{-3} y 10^{-6} , el modelo de Temkin reporta los menores valores para el ajuste de las cinéticas de los metales Vanadio y Níquel.

Referencias Bibliográficas

1. Treybal R., Mass-transfer operations, Third Edition, McGraw – Hill Book Co., New York, Chapters 13 (1981).
2. Plawsky J.L., Transport Phenomena Fundamentals, Third Edition, CRC Press, New York, Chapters 1-3 (2014).
3. Bird B., Stewart W. and Lightfoot W, Transport Phenomena, Revised Edition, John Wiley and sons, New York, Chapter 21. (2001)
4. Chourio E., Ferrer X., Arrieta I., Fernandez N., Sarmiento C. y García C., Modelos de difusión con control de la fase sólida para adsorción e intercambio iónico, Rev. Tec. Ing. Univ. Zulia, Vol. 20 No.3, (1997), 245-255.
5. Prieto E., Arrieta I., Sarmiento C, y García C., Estudio cinético del Sistema Cadmio-hidrógeno sobre resinas sintéticas bajo control de la fase sólida, Ciencia Vol.9, No. 3, 405-416, (2001).
6. Rosas M., Martínez K., González J., Rincón C., Alaña J. y García C., Análisis difusional de lixiviación ácida de cenizas volantes, Revista Venezolana de Tecnología y sociedad, Vol.2, No.1, (2009), 11-28.
7. Martínez K., Alaña J., Ferrer J., Faria J., Ramones E. y García C. Cinética de Intercambios iónico en leche cruda y pausterizada comercial, Rev. Tec. IngUniv. Zulia, Vol.29, No.2, (2006), 182-193.

8. Alaña J., Martínez K., González J., Hernández J. y García C., Cinética de Intercambio Iónico bajo control mixto en medio lácteo, *Revista Tecnocientífica URU*, Vol.1, 19-29, Enero-Junio, (2012).
9. Finlayson B.A., The method of weighted residuals and variational principles with applications in fluid mechanics, heat and mass transfer, Academic Press, New York, (1972).
10. Finlayson B.A., Nonlinear analysis in chemical engineering, McGraw-Hill, New York, (1980).
11. García C., Métodos Aproximados Aplicados a Fenómenos de Transporte, Edición 1, Universidad del Zulia-Venezuela, (2008).
12. Soliman M., Al-Zeghayer Y. and Ajbar A., A modified orthogonal collocation method for reaction diffusion problems, *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, Vol.31, No.4, (2014).
13. Housam B. Shaikh A. and Bellagi A., Chebyshev orthogonal collocation techniques to solve transport phenomena problems, *Computer Applications in Engineering Education*, Vol.23, No.4, (2015), 422-431 .
14. Hernandez J., Lixiviación diferenciada de metals mayoritarios de cenizas volantes, Trabajo de Grado, M.Sc. en Ingeniería Química, Universidad del Zulia, Maracaibo-Venezuela, (2015).