

# Onda de propagación TE en una microcinta abierta con dos dieléctricos

Augusto Galo

Escuela de Ingeniería en Telecomunicaciones. Facultad de Ingeniería. Universidad Rafael Urdaneta.  
Maracaibo, Venezuela. [augusto.galo@hotmail.com](mailto:augusto.galo@hotmail.com)

Recibido: 16-05-2014

Aceptado: 14-04-2015

## Resumen

Se presenta en este trabajo el comportamiento dispersivo de una “microstrip-line” para la onda de propagación TE. En el pasado reciente fue posible estudiar, en el campo de la Teoría de Variable Compleja, las ondas de propagación LSE y LSM en forma separada. También se presenta aquí el modo principal y secundarios de la onda TE para el dispositivo. Se muestra la coincidencia entre los modos principales de las ondas TE y LSE. Esto es, para  $n = 1$  la onda LSE coincide con el modo principal de la onda TE, lo cual está de acuerdo con lo que ocurre en las guías de onda metálicas clásicas. Encontramos la constante de fase  $\beta(\omega)$  como una función de la frecuencia para todas las ondas antes mencionadas. Tal información se muestra en forma clara en gráficos, en los cuales se realizan comparaciones con anteriores resultados.

**Palabras claves:** Onda TE, microcinta abierta, dos dieléctricos.

# TE propagation wave in an open microstrip with two dielectrics

## Abstract

We present in this paper the dispersive behavior of a “microstrip-line” for the TE wave propagation. In the recent past it was possible to study in the field of complex variable theory, the propagating waves LSE and LSM separately. We also present here primary and secondary mode of the TE wave for the device. It shows the agreement between the main modes of TE waves and LSE. That is, for  $n = 1$  the LSE match TE main wave, which agrees with what happens in the classic metallic waveguides. We found the phase constant  $\beta(\omega)$  as a function of frequency for all the aforementioned waves. Such information is shown clearly in discussion of results, in which comparisons are made with other authors.

**Key words:** TE Wave open, microstrip, two dielectrics.

## 1. Introducción

La guía metálica clásica es un dispositivo de microondas (velocidades por encima de los mil millones de ciclos por segundo) que ha desaparecido en la construcción de los circuitos a estas frecuencias. La razón primordial de ello es el advenimiento de los dispositivos microcintas, los cuales presentan excelentes ventajas con las guías clásicas.

Se pueden enumerar algunas de las ventajas principales de la microcinta con respecto a la guía metálica: la microcinta presenta muy bajo peso, dimensiones y costo de fabricación y muy alta reproducibilidad de fabricación en grandes cantidades estandarizadas, con la moderna tecnología de fabricación planar. Además de lo anterior, la microcinta puede convertirse en un elemento radiador de muy pequeñas dimensiones. El cual es base para el uso en la antena plana, de gran interés en las últimas décadas con miles de trabajos publicados a nivel internacional, mientras que la guía clásica solo se conoce como radiador en su forma extendida como antena horn (cuerno) y piramidal, utilizables aún para casos de investigación.

Una vez que se conozca a futuro con gran precisión el modelado de las antenas planas con microcintas sería posible reemplazar la antena parabólica. De hecho ya existen tales antenas y radares bases con control de la constante de fase (en arreglo de fase) en la tecnología militar, pero aún no son atractivos para una comercialización doméstica por su tamaño, peso y costo. Es necesario miniaturizar tales antenas y construirlas en grandes cantidades estandarizadas para que sean asequibles al usuario común.

Los modelos que han estudiado la microcinta abierta hasta el presente muestran el comportamiento “quasi-static” (de aproximación estática) y dispersivo de esta [1-8]. Para ello han utilizado modelos semi-empíricos y computacionales. Denlinger [2] e Itoh y Mitra [3] utilizan el muy conocido método de Galerkin en el dominio espectral. Yuehe y Esselle[6], utilizan funciones de Green. Tsalamengas y Fikioris[7], utilizan el “método de momentos” o método MoM, pero sin la necesidad de la integración numérica en la ecuación integral que resulta al aplicar dicho método en su forma clásica. Yong , Ke-Li y Cheng [8] enfocan el problema utilizando el método de diferencias finitas en el dominio de la frecuencia. Los aportes de estos últimos autores [2-8] y la de muchos otros que no se mencionan aquí, algunos de la década de los noventa y de los años recientes son, básicamente, mejoras en el cálculo numérico del método de momentos y/o utilización de diferencias finitas, sin ofrecer una solución del tipo analítico.

## **2. Fundamentos teóricos**

### **A. Historia del modelo matemático a seguir**

Se resume aquí el modelo TRANSCOPE (Transformaciones Conformes Paredes Electromagnéticas), debido al autor, el cual utiliza las Transformaciones Schwarz-Christoffel y las fronteras eléctricas y magnéticas del problema.

Para el caso de la solución del campo estático [9-11] hemos enfocado el problema utilizando la transformación del plano físico  $Z$  (Figura 1) a un plano de transformación compleja  $P$  (Figura 2) mediante dos Transformaciones sucesivas Schwarz-Christoffel. Para el caso de onda completa [13,14] se han utilizado funciones potenciales vectoriales y “auto-funciones” para hallar la constante de fase y la constante dieléctrica efectiva en función de la frecuencia, en el plano de transformación  $P$ , para los modos LSM y LSE (Longitudinal Section Magnetic y Electric). En este mismo plano de transformación  $P$  y utilizando, ahora, funciones potenciales escalares, es posible encontrar la constante de fase, la constante dieléctrica efectiva y el campo EM, para la onda TE (Transverso Eléctrico) como una función de la frecuencia. Podemos, finalmente, comparar éstos parámetros con los encontrados antes para los modos LSM [12] y LSE [13].

En la bibliografía pertinente al modelado de la microcinta abierta, considerada como una guía de onda y mostrada en la Figura 1, no existe información clara respecto a los modos que se propagan en tales guías. Muchos autores suponen que los modos de propagación son “híbridos” TE-TM. Lo anterior significa que el dispositivo permite al mismo tiempo una onda de propagación de corriente (modo TE: Transverso Eléctrico) y una onda de voltaje (modo TM: Transverso Magnético).

Es cómodo suponer este “hibridaje” ya que el modelo de una LTPD (Línea de Transmisión utilizando el modelo de Parámetros Distribuidos) así lo muestra, pero es necesario recordar que dicho modelo es aplicable para un modo de propagación TEM (Transverso Eléctrico Magnético), cuando existe un solo dieléctrico entre los dos conductores de la microcinta, lo cual no es el caso en el problema que aquí se plantea en donde existen dos dieléctricos y el modo deja de ser TEM.

Esto no significa que no se pueda hacer una equivalencia entre los modos TE y TM y el modelo LTPD, siempre y cuando encontremos los parámetros de equivalencia entre estos modelos, lo cual constituye un problema difícil de solucionar. Esta equivalencia constituye algo buscado desde hace décadas por muchos investigadores, lo cual permitiría el tan deseado estudio de la microcinta con dos dieléctricos desde el punto de vista de un circuito clásico y, así mismo, un modelo de acople con la tecnología semiconductor. Es obvio que un camino adicional para la anterior tarea es encontrar además las ecuaciones que rigen el comportamiento del modo TM.

En la microcinta abierta no ha sido posible definir matemáticamente con claridad dicho “hibridaje” ni tampoco, por consiguiente, el comportamiento con la frecuencia de las constantes de fase y del campo EM (Electro-Magnético). Al plantear la superposición de los modos TE y TM, logramos demostrar que existen dos soluciones independientes de éstos, esto es, existiría evidencia “matemática” de que dicho “hibridaje” no existe para el caso de que no consideremos la fuente alimentadora del dispositivo o que esta se encuentre en el infinito. Para el caso de considerar la fuente cerca al dispositivo microcinta existiría una dependencia lineal entre estos modos, tal dependencia o “hibridaje” se muestra en forma matemática a través de la fuente alimentadora.

Este es un concepto introducido aquí por primera vez y el cual no ha sido reportado por otros autores hasta el presente. Lo anterior está de acuerdo con lo esperado físicamente y más aun con la mediciones realizadas por otros autores. Allí, se muestran las condiciones que son necesarias para que exista “un acoplamiento” físico o “hibridaje” entre los dos modos. El presente trabajo busca dar un poco más de claridad en tal sentido, primero, al conocer el comportamiento dispersivo de tales dispositivos, como ya se ha hecho con anterioridad [12,13] y, segundo, al plantear y dar luz al problema de las ondas por separado en forma analítica.

Es bueno anotar el gran interés surgido en las cinco últimas décadas por el conocimiento del comportamiento de las microcintas en varias áreas de la tecnología, tales como: a) Circuitos para microondas y su uso en telecomunicaciones y computadoras de velocidades muy altas, en el rango de los GigaHertz (mil millones de ciclos por segundo) y aún de los TeraHertz (billones de ciclos por segundo). b) En la Nanotecnología (tecnología en el rango de dimensiones de milmillonésimas del metro). c) En la tecnología MEM (Micro Electromecánica) y NEM (Nano Electromecánica), estas últimas son de nuestro interés y buscamos hacer aportes en un futuro cercano. d) En la OE (Óptica Electrónica) y e) En la RA Definimos, en resumen, el modelo TRANSCOPE como un conjunto de reglas, ecuaciones y transformaciones en el campo de la Variable Compleja que permiten calcular, para una microcinta dada: a) Todos sus parámetros. b) Densidades de corrientes. c) Campos eléctrico y magnético. d) Pérdidas en los conductores y dieléctricos. e) Densidades de flujo de potencia. f) Ubicación óptima tanto de la fuente alimentadora como el equipo de medición. g) Condiciones óptimas de radiación y de acople con otras microcintas. h) Solución óptima al problema EMI (Electromagnetic Interference). Etc.

## **B. Ventajas de este Modelo con respecto a otros modelos**

Se anotan aquí algunas de las ventajas inherentes al modelo TRANSCOPE, tales como: a) Se tiene en cuenta el “efecto pestaña” del campo EM (Electro-Magnético) en las microcintas desde el comienzo. b) Se obtiene una solución del tipo analítica, siendo ésta, quizás, la más importante de las ventajas. c) Se efectúa el cálculo de los modos en términos de funciones potenciales en el plano de transformación P. d) Se encuentra, por primera vez, las densidades de corrientes en la microcinta en forma analítica

en contraposición con otros modelos, en especial el Método de Galerkin o modelo MoM (Método de Momentos, el más utilizado a nivel mundial) en donde se suponen en forma aproximada y, mediante el cálculo matricial iterativo, se encuentra un acercamiento a tales densidades.

En este trabajo, una vez que se hayan planteado las ecuaciones generatrices o funciones potenciales escalares es posible encontrar: los campos EM, las frecuencias de corte, los modos de propagación, la constante de fase  $\beta(\omega)$  o comportamiento dispersivo y la constante dieléctrica efectiva  $\epsilon_{ef}(\omega)$ , todo en forma analítica.

### 3. Procedimiento Matemático para la onda TE

En el modelado del modo TE, se utiliza la notación clásica de “onda  $h_z$ ” u onda con componente axial (dirección z) del campo Magnético. En la figura 2, la cual es una transformación del plano Z [9-12], se puede escribir una función potencial escalar para dicho modo, a diferencia de [12, 13] en donde se emplearon funciones potenciales vectoriales o Hertzianas.

El tipo de soluciones para las funciones potenciales escalares en ambas regiones son del tipo armónicas, esto es,  $\cos(k_u u)$  y  $\text{sen}(\alpha_i v)$ , las cuales son funciones par en la variable  $u$ , e impar en la variable  $v$ , en forma respectiva.

La ecuación de onda de Helmholtz para la función potencial escalar es de la forma

$$\nabla^2 h_{zi}(u, v) + k_{ci}^2 h_{zi}(u, v) = 0 \quad (1)$$

con,  $i = 1, 2$  y  $k_{ci}$  el número de onda característico para la región  $i$

$$\begin{aligned} \sigma &= \infty \quad ; \quad \epsilon_i(v) = \epsilon_R(v) - j \epsilon_I(v) = \epsilon_R(v) \\ k_{ci}^2 &= k_i^2 + \Gamma^2 \quad ; \quad k_i^2 = \omega^2 \mu_o \epsilon_i(v) \quad ; \quad \Gamma = \alpha + j\beta \quad ; \quad \alpha = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

En donde,  $\alpha = 0$  para el caso de ondas sin pérdidas conductoras y dieléctricas viajando en la dirección positiva de z.

Empleando condiciones de borde adecuadas en la solución de la ecuación de onda de Helmholtz, se encuentra que:

$$\text{con } h_z = \begin{cases} A_n \cos(k_u u) \text{sen}(\alpha_1 v) e^{-j\beta z} \quad ; \quad 0 \leq v \leq F_{12}(u, v) \\ B_n \cos(k_u u) \text{sen}(\alpha_2 v) e^{-j\beta z} \quad ; \quad F_{12}(u, v) \leq v \leq K' \end{cases} \quad (3)$$

$$v' = K' - v \quad ; \quad F_{12}[u(x, y), v(x, y)] \quad (4)$$

$$\beta^2 = \epsilon_r k_o^2 - \left[ \alpha_1^2 + \left( \frac{n\pi}{K} \right)^2 \right] = k_o^2 - \left[ \alpha_2^2 + \left( \frac{n\pi}{K} \right)^2 \right] \quad (5a)$$

$$\beta^2 = \epsilon_r k_o^2 - k_{c1}^2 = k_o^2 - k_{c2}^2 \quad (5b)$$

en donde,  $F_{12}[u, v]$ , de parámetros  $(m, \varphi)$ , es la integral elíptica incompleta de la primera ley y la cual separa los dos dieléctricos en el plano P.

$K'$ , es la integral elíptica completa de la primera ley complementaria y  $\text{sen}(k_u u)$ ,  $\cos(k_u u)$ ,

$sen(\alpha_i v)$  y  $cos(\alpha_i v)$  corresponden a las autofunciones para los medios 1,2 en el Plano-P de la figura 2. Además  $u(x, y)$  y  $v(x, y)$  son funciones de las variables originarias  $x, y$  en el Plano Z ó plano físico de la microcinta, figura 1 [9-11].

Los campos magnético y eléctrico pueden escribirse, en su forma fasorial, en términos de la función potencial escalar, como:

$$\vec{H}_{hi} = \left[ -j \frac{\beta_i}{k_{ci}^2} \nabla_i h_z + h_z \hat{u}_z \right] e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (6a)$$

$$\vec{E}_{hi} = \left[ -\frac{k_i}{\beta_i} Z \hat{u}_z \otimes \vec{h}_i \right] e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (6b)$$

Definimos los números de ondas característicos para las regiones 1 y 2 de la figura 2, respectivamente, como  $k_{c1}$  y  $k_{c2}$ .

Empleando (3) en (6a, 6b) y haciendo uso de las condiciones de continuidad de las componentes tangenciales del campo EM en la interfaz de los dos dieléctricos se puede encontrar la ecuación característica como:

$$\alpha_2 \tan[\alpha_1 F_{12}(u, v)] = -\alpha_1 \tan[\alpha_2 F_{21}(u, v)] \quad (7)$$

con  $F_{12}(u, v)$  definida por el punto en donde la curva que separa los dos dieléctricos en el plano P intercepta el eje  $u = K$  sumado con un factor de corrección debido a la zona dieléctrica que se encuentra por debajo de la curva y por encima de  $F_{12}$ . Además,

$$F_{21} = K' - F_{12} \quad (8)$$

La ecuación que relaciona a la constante dieléctrica efectiva  $\epsilon_f(\omega)$  con la constante de fase  $\beta(\omega)$  está dada en la forma clásica por:

$$\epsilon_{ef} = \left( \frac{\lambda_o}{\lambda_g} \right)^2 = \left( \frac{\beta(\omega)}{k_o} \right)^2 \quad (9)$$

en donde,  $\lambda_g$  es la longitud de onda de la guía.

## 4. Discusión de resultados

### A. Análisis de los resultados matemáticos

Las ecuaciones (5) y (7) proveen la forma de encontrar las raíces que determinan el modo dominante y secundarios de la onda TE. Dicho de otra forma mediante ellas es posible determinar los valores de las diferentes raíces designadas como  $\alpha_{1n}$  y  $\alpha_{2n}$  para cada  $n = 1, 2, 3, \dots$ , en el autovalor  $k_u = n\pi / K$ .

Se puede decir que el valor de  $n$  determina a cada uno de los modos  $(n, \alpha)$ , en donde  $\alpha \equiv \alpha_{1n}, \alpha_{2n}$ . Con lo anterior es posible encontrar, finalmente:

a) La constante de fase  $\beta_{n,\alpha}(\omega)$ , como una función de  $n, \alpha_{1n}, \alpha_{2n}$  y  $\omega$ , utilizando (5).

b) La constante dieléctrica efectiva  $\epsilon_{ef}(\omega)$  con el empleo de (9). Así, por ejemplo, para el caso de que  $n = 1$  se obtiene la primera solución de  $TE_{1,\alpha_{11}}$  o modo principal de la onda  $h$  de la microcinta con dos dieléctricos.

## B. Análisis de los resultados Numéricos

Para el caso de una impedancia característica de la microcinta de  $Z_0 = 124(\Omega)$  y una constante dieléctrica relativa  $\epsilon_r = 11.7$  (safiro), encontramos una relación de perfil de  $\frac{W}{h} = 1.0438$ .

Los valores de los números de onda  $\alpha_{1n} = \alpha_{11} = 2.56$  y  $\alpha_{2n} = \alpha_{21} = 2.53$ , dan como resultado una frecuencia de corte  $f_{c,n=1,\alpha} = 4.47$  (GHz) para una  $\beta_{n=1,\alpha}(\omega) = 0$  (Rad / m). La figura 3 muestra el comportamiento dispersivo a través de esta constante de fase para toda  $\omega = 2\pi f$ . Se puede observar que la fundamental de este modo está desplazada hacia la izquierda de la curva presentada en [13] para la fundamental del modo LSE,  $n = 1$ , en donde encontramos:  $f_{c,n=1,LSE} \approx 5.2$  (GHz), con una discrepancia del 14%. El valor encontrado para la frecuencia de corte del modo  $TE_{1,\alpha}$  es exacto. Cuando se realiza una corrección en el cálculo numérico del modo LSE se obtiene una frecuencia de corte de  $f_{c,n=1,LSE} = 4.47$  (GHz) coincidiendo con el modo TE.

Para el caso de  $Z_0 = 127.8(\Omega)$  y una constante dieléctrica relativa de  $\epsilon_r = 1.1$  (cerca a la del vacío) y  $W/h = 0.98$ , la frecuencia de corte es  $f_{c,n=1} \cong 15$  (GHz) para  $n = 1$  y de  $f_{c,n=2} \cong 21$  (GHz) para  $n = 2$ . Por tanto una frecuencia óptima, de operación y de medidas del dispositivo, debería ser de  $f_{op} = 18$  (GHz), el promedio de estas dos frecuencias. Las mediciones reportadas por [14] son realizadas justamente a esta frecuencia de operación. Con ello se muestra que el modelo utilizado aquí predice con acierto no solo las frecuencias de corte del dispositivo de los modos TE y LSE, sino que también lo hace para el ancho de banda y la frecuencias de operación óptima y de medición.

No es posible realizar comparaciones entre los resultados del presente trabajo para modos secundarios  $n = 2, 3, \dots$  y lo presentado por otros autores (salvo lo indicado antes para el caso de [14]), dado que estos modos secundarios no son posibles de obtener por otros modelos. Estos modos secundarios son reportados y posibles de calcular, por primera vez, siguiendo nuestro modelo TRANSCOPE.

## 5. Conclusiones

Para una guía de onda metálica clásica y para la microcinta no existe una demostración de coincidencia matemática conocida (al menos no por el autor) entre el modelo de función potencial Hertziana, para el modo LSE, esto es  $\bar{\Pi}_h = \hat{u}_v \Phi_h(u, v) e^{-j\beta z}$  [13] y el modelo de funciones potenciales escalares que se presenta aquí, para el modo TE, esto es  $h_z$ . El teorema de unicidad de la ecuación de Laplace, para el caso estático de un solo dieléctrico, indica que la solución debería ser única. Extendido este teorema (no demostrado) a la ecuación de onda de Helmholtz, para el caso de dos dieléctricos, la solución también debería ser única. La única evidencia conocida de coincidencia al seguir uno u otro camino son los resultados numéricos mostrados en este trabajo. Esto es, no se conoce, hasta ahora, una demostración de coincidencia matemática pero si una numérica.

El comportamiento de la constante fase  $\beta(\omega)$  (Rad / m) Vs.  $f$  (GHz), para los modos LSE y TE, indican una acertada similitud entre el dispositivo microcinta y una guía de onda clásica (metálica). Teniendo la salvedad de que el modo dominante en la microcinta es el modo TM o su equivalente LSM [15], en contraposición de lo que ocurre en una guía metálica clásica en donde, es bien conocido que, el modo dominante es el TE para el caso de un solo dieléctrico.

Observamos que el comportamiento dispersivo, tanto de  $\beta$  como de  $\epsilon_{ef}$ , permiten conocer los campos EM utilizando (6) para el caso de cualquier  $n$  y  $\alpha \equiv \alpha_{1n}, \alpha_{2n}$ .

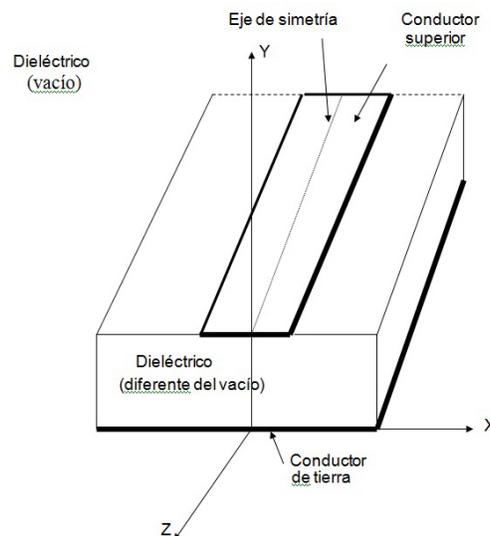
## 6. Agradecimientos

A la Escuela de Ingeniería en Telecomunicaciones de la Universidad Rafael Urdaneta, Maracaibo, Venezuela, por su apoyo en el presente trabajo de investigación.

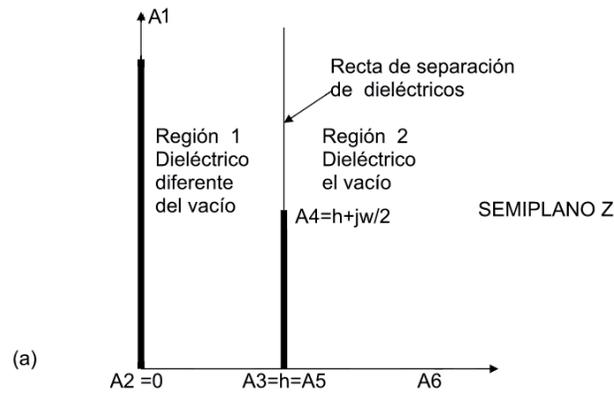
## 7. Referencias bibliográficas

1. Assadurian F., Rimai E., Proc. of the IRE 40:1651-1657, 1952
2. Denlinger E.J., IEEE Trans. on MTT 19:30-39,1971.
3. Itoh T., Mittra R., IEEE Trans. on MTT 21:496-498, 1973.
4. Edwards T.C., Owens R.R., “2-18 GHZ Dispersion Measurements on 10-100 Ohm Microstrip Line on Sapphire”. IEEE Trans. on MTT 24:506-513, 1976.
5. Getsinger W. J., Trans. on MTT 21:34-39, 1973.
6. Yuehe Ge, Esselle K.P., IEEE Trans. on MTT 50:1556-1560, 2002.
7. Tsalamengas J.L., Fikioris G., IEEE Trans. on MTT 51:1729-1734, 2003.
8. Yong-Jiu Z., Ke-Li Wu, Cheng K., IEEE Trans. on MTT 50:1844-1848, 2002.
9. Galo A. Dispositivos de Microlíneas Planeras de Altas Frecuencias (M.Sc. Theses), Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas, Los Teques, Estado Miranda (Venezuela).
10. Callarotti R., Galo A., IEEE Trans. on MTT 32:333-339, 1984.
11. Galo A., Revista Ciencia 1:93-104, 1993.
12. Galo A., Rev. TEC. Ing. Univ. Zulia 27(3):161-167, 2004.
13. Galo A., CIENCIA 12(4):290-297, 2004.
14. Schumacher, W., “Stromverteilung auf der grundfläche der mikrostrip leitung und deren auswirkung auf die ohmsche leitungsdämpfung”, AEÜ, band 33, pp. 207-212, 1979.

**Figura 1. Corte transversal de una microcinta “típica” o “abierta” con dos conductores y dos dieléctricos.**



**Figura 2. Transformación conforme entre: (a) el semiplano físico (z) de una microcinta y (b) el plano P de un condensador equivalente de placas paralelas.**



**Figura 3: Constante de fase Vs frecuencia según Edwards and Owens [4] con  $f_c=0.1(\text{GHz})$ . sin frecuencia de corte y modo TE=LSE [Este trabajo] con  $f_c=4.48(\text{GHz}, n=1)$  y  $f_c=6.46(\text{GHz}, n=2)$**

