

Control mediante interconexión y asignación de amortiguamiento del sistema mecánico subactuado TORA

Atilio Morillo¹, Maribel Pérez Pirela¹, Miguel Ríos², Vivian Acosta²

¹ Centro de Investigación en Matemática Aplicada. Facultad de Ingeniería. Universidad del Zulia. Maracaibo, Venezuela. amorillo7@cantv.net, mperezpirela@yahoo.es

² Postgrado de Ingeniería de Control. Facultad de Ingeniería. Universidad de los Andes. Mérida, Venezuela. riosm@ula.ve, acostav@ula.ve

Recibido 25-03-11 Aceptado 29-04-11

Resumen

El sistema TORA (translational oscillator with rotational actuator) es un prototipo de sistema mecánico subactuado que ha merecido gran atención por la comunidad científica de control no lineal. En este trabajo, partiendo de la representación Hamiltoniana controlada por puertos basada en la energía total del sistema, considerada como energía cinética más energía potencial, y mediante la utilización del método de control basado en Interconexión y Asignación de Amortiguamiento, se obtiene un controlador que logra estabilizar en forma global y asintótica el punto de equilibrio alcanzando un excelente desempeño. Las simulaciones numéricas mostradas al final del trabajo confirman esta apreciación.

Palabras clave: Control no lineal, sistemas mecánicos subactuados, control basado en pasividad, método IDA-PBC, sistema TORA.

Interconnection and damping assignment control of the subactuated TORA mechanical system

Abstract

The TORA system (translational oscillator with rotational actuator) is a prototype of sub-acted mechanical system that has deserved great attention of the nonlinear control scientific community. In this paper, beginning with the Port Controlled Hamiltonian representation founded in the total energy of the system, considered as kinetic plus potential energy, and through the use of the method of control based on the interconnection and damped assignment, is obtained a controller that achieves the goal of to stabilize global and asymptotically the equilibrium point, with an excellent performance. Numerical simulations shown at the end of the work confirm the theoretical results.

Key words: Nonlinear control, Sub-acted mechanical systems, passivity based control, IDA-PBC method, TORA system

1. Introducción

El problema de la estabilización de sistemas no lineales subactuados ha atraído la atención de la comunidad de control en años recientes, Olfati-Saber [4]. El método de diseño mediante interconexión y asignación de amortiguamiento es un método basado en el concepto de pasividad, de allí que se denomina por sus siglas en inglés IDA-PBC. Este método involucra sistemas no lineales con grado de subactuación uno, y mediante su aplicación se alcanza la estabilización (asintótica) de sistemas mecánicos, al mismo tiempo que se le asigna al sistema en lazo cerrado una estructura Hamiltoniana respecto a una función de energía deseada, Mahindrakar et al. [3].

En este trabajo se considera el problema de la estabilización asintótica del sistema TORA utilizando una ley de control sintetizada mediante la aplicación de la metodología de interconexión y asignación de amortiguamiento, la cual usualmente se resume con las siglas IDA-PBC, a través de la cual se invierte el citado paradigma, por lo que se recurre primero al moldeado de la energía potencial, y a partir del resultado se realiza el moldeado de la energía cinética. Este resultado constituye un enfoque alternativo a los de Escobar et al. [1], Jankovic et al. [2] y Pavlov et al. [7], donde se proponen enfoques de control en cascada y enfoques basados en pasividad, con los cuales se obtiene regulación y estabilización por realimentación de la salida del sistema TORA.

En la Sección 2 se resumen los aspectos generales del Método IDA-PBC aplicado a sistemas mecánicos subactuados desarrollado en Ortega et al. [5], en la Sección 3 se describe el modelo matemático del sistema TORA, y en la Sección 4 se presenta el análisis y diseño del controlador que logra estabilizar el sistema. En la Sección 5 se presentan algunas simulaciones numéricas que verifican la eficiencia del controlador diseñado, y, por último, en la Sección 6 se presentan las conclusiones del trabajo.

2. Estabilización de sistemas mecánicos subactuados mediante IDA-PBC

A. Realización del sistema mecánico en forma Hamiltoniana controlada por puertos.

Considérese un sistema mecánico subactuado con energía total expresada como

$$H(q, p) = \frac{1}{2} p^T M^{-1}(q) p + V(q) \quad (1)$$

donde $q \in \mathfrak{R}^n$, $p \in \mathfrak{R}^n$ representan la posición generalizada y el momento generalizado, $M(q) = M^T(q) > 0$ es la matriz de inercia del sistema, y $V(q)$ es la energía potencial.

Si asumimos que el sistema no posee amortiguamiento natural, las ecuaciones del movimiento pueden escribirse com

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_q H \\ \nabla_p H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G(q) \end{bmatrix} u \quad (2)$$

donde I_n es la matriz identidad $n \times n$, $\nabla_q H, \nabla_p H$ son los vectores columna gradiente de H respecto de q y respecto de p , y $u \in \mathfrak{R}^m$ es la función de control.

La matriz $G \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ es determinada por la manera como el control $u \in \mathfrak{R}^m$ ingresa en el sistema, y es invertible en el caso que el sistema sea completamente actuado, o sea, $m = n$. En este artículo se considera el caso en que el sistema es subactuado, es decir menos controles que grados de libertad, y asumimos que $\text{rango}(G) = m$.

En la aplicación del método IDA-PBC se siguen dos etapas básicas (Ortega et al. [5], Mahindrakar et al. [3]): (1) la etapa del moldeado de la energía, en la cual es modificada la función de energía total del sistema, considerada como la suma de la energía cinética más la energía potencial, para asignar el

estado de equilibrio deseado; y (2) la etapa de inyección de amortiguamiento, la cual permite alcanzar estabilidad asintótica. El mecanismo de estabilización es interpretado en términos del concepto de energía, para lo cual se requiere obtener una realización del sistema en lazo cerrado en la denominada forma Hamiltoniana controlada por puertos (Ortega *et al.* [6]).

La forma de la ecuación (1) motiva proponer la siguiente forma para la energía deseada del sistema en lazo cerrado

$$H_d(q, p) = \frac{1}{2} p^T M_d^{-1}(q) p + V_d(q) \quad (3)$$

donde $M_d = M_d^T > 0$ y V_d representan la matriz de inercia en lazo cerrado y la función de energía potencial deseada, respectivamente, y las cuales están por ser definidas. Un requerimiento básico es que la energía deseada V_d posea un mínimo aislado en q^* , esto es

$$q^* = \arg \min V_d(q) \quad (4)$$

En la teoría de control basado en pasividad (PBC) la entrada de control usualmente se descompone en dos términos (véase Olfati –Saber [4])

$$u = u_{es}(q, p) + u_{di}(q, p) \quad (5)$$

donde el primer término es designado para alcanzar el moldeado de la energía, mientras que a través del segundo término se introduce amortiguamiento al sistema. En tal caso la dinámica en lazo cerrado adopta la forma Hamiltoniana controlada por puertos siguiente

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = [J_d(q, p) + R_d(q, p)] \begin{bmatrix} \nabla_q H_d \\ \nabla_p H_d \end{bmatrix} \quad (6)$$

donde los términos

$$J_d = \begin{bmatrix} 0 & M^{-1}M_d \\ -M_d M^{-1} & J_2(q, p) \end{bmatrix} \quad y \quad R_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & GK_v G^T \end{bmatrix} \geq 0 \quad (7)$$

representan las estructuras de interconexión y de amortiguamientos deseadas.

La matriz antisimétrica J_2 (y algunos elementos de la matriz M_d) se introducen como parámetros libres, mientras que la presencia del término $M^{-1}M_d$ está justificada para preservar la relación $\dot{q} = M^{-1}p$. Por otro lado, como es bien sabido, el aporte de amortiguamiento en sistemas pasivos se logra vía realimentación negativa de la nueva salida pasiva, la cual en este caso viene dada por $G^T \nabla_p H_d$. Esta es la razón por la cual se elegirá para el término u_{di} de la ecuación (5) la expresión

$$u_{di} = -K_v G^T \nabla_p H_d \quad (8)$$

donde se toma $K_v = K_v^T > 0$. Esto justifica el bloque (2,2) en la definición de R_d

B. Estabilidad

Para la estabilidad requerida en lazo cerrado se aplica la siguiente proposición.

Proposición 1: *El sistema (2) con H_d dada por (3) y q^* dado por (4) posee un punto de equilibrio estable en $(q^*, 0)$. Este equilibrio es asintóticamente estable si es localmente detectable a partir de la salida $G^T(q)\nabla H_d(q, p)$.*

Dem. Véase [1].

C. Moldeado de la energía

Para obtener el término de moldeado de la energía u_{es} en el controlador, se reemplazan (5) y (7) en (2) e igualamos el resultado con (6), es decir,

$$\begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_q H \\ \nabla_p H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix} u_{es} = \begin{bmatrix} 0 & M^{-1}M_d \\ -M_dM^{-1} & J_2(q, p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_q H_d \\ \nabla_p H_d \end{bmatrix} \quad (9)$$

donde el término R_d de (6) se ha cancelado con el término u_{di} de (7).

La primera fila de la ecuación (8) produce una identidad, mientras que la segunda fila puede expresarse como

$$Gu_{es} = \nabla_q H - M_dM^{-1}\nabla_q H_d + J_2M_d^{-1}p \quad (10)$$

En el caso que nos ocupa el sistema es subactuado, luego G no es invertible, sino a lo sumo de rango por columnas máximo, y por lo tanto el control u_{es} únicamente ejerce influencia sobre los términos en el espacio imagen del operador G . Esta observación conduce al siguiente conjunto de ecuaciones de restricción, las cuales deben satisfacerse para cualquier escogencia de u_{es}

$$G^\perp \{ \nabla_q H - M_dM^{-1}\nabla_q H_d + J_2M_d^{-1}p \} = 0 \quad (11)$$

donde G^\perp es un anulador izquierdo de rango máximo de G (o sea, $G^+G = 0$).

La ecuación (11) es un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales (EDP) no lineales con incógnitas M_d y V_d , y con J_2 siendo un parámetro libre, mientras que p es una coordenada independiente. Si puede obtenerse una solución para esta ecuación, la ley de control resultante u_{es} vendría dada por

$$u_{es} = (G^T G)^{-1} G^T (\nabla_q H - M_dM^{-1}\nabla_q H_d + J_2M_d^{-1}p) \quad (12)$$

Las ecuaciones en derivadas parciales (11) pueden de manera natural ser separadas en términos que dependen de p y términos que son independientes de p , o sea, aquéllos que corresponden a la energía cinética, y aquéllos que corresponden a la energía potencial, respectivamente. En tal sentido, la ecuación (11) es equivalente al par de ecuaciones

$$G^\perp \{ \nabla_q (p^T M^{-1}p) - M_dM^{-1}\nabla_q (p^T M_d^{-1}p) + 2J_2M_d^{-1}p \} = 0 \quad (13)$$

$$G^\perp \{ \nabla_q V - M_dM^{-1}\nabla_q V \} = 0 \quad (14)$$

La primera ecuación es una ecuación en derivadas parciales no lineal que debe ser resuelta para los elementos desconocidos de la matriz de inercia en lazo cerrado M_d . Conocida esta M_d , la ecuación (14) es una ecuación en derivadas parciales lineal, y por lo tanto más fácil de resolver, de manera que la mayor dificultad está en resolver (13). Una simplificación, que disminuiría considerablemente las dificultades, es asumir la existencia de una matriz de inercia M_d de términos constantes, lo cual permitiría concentrarse únicamente en hallar la energía potencial deseada V_d .

3. Modelo matemático del sistema TORA

El denominado sistema TORA (translational oscillator with rotational actuator) fue introducido por primera vez en Jankovic *et al.* [2]. La Figura 1 ilustra el sistema TORA consistente de una plataforma de masa m_1 , que puede oscilar sin fricción en el plano horizontal. Ubicada en la plataforma una masa rotante excéntrica m_2 , es actuada por un motor DC. Su movimiento ejerce una fuerza sobre la plataforma que puede utilizarse para amortiguar las oscilaciones traslacionales. El problema es de interés como un caso de estudio en el diseño de controles no lineales debido a que el modelo exhibe una interacción no lineal entre sus movimientos traslacional y rotacional.

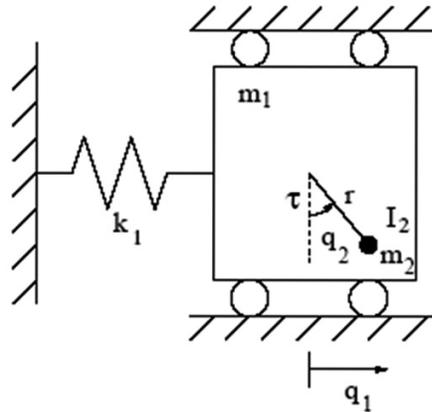


Figura 1. El sistema TORA

La matriz de inercia del sistema posee la forma

$$M = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & m_2 r \cos(q_2) \\ m_2 r \cos(q_2) & m_2 r^2 + I \end{bmatrix} \quad (15)$$

con energía potencial dada por

$$V(q_1, q_2) = \frac{1}{2} K q_1^2 + m_2 g r \cos(q_2) \quad (16)$$

siendo K la constante de rigidez del resorte.

Denotando $c_1 = m_1 + m_2$, $c_2 = m_2 r$, $c_3 = m_2 r^2 + I$, y definiendo el momento de inercia generalizado mediante $p = M \dot{q}$, la matriz de inercia M se escribe como

$$M(q_2) = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \cos(q_2) \\ c_2 \cos(q_2) & c_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

donde, a fin de obtener $M(q_2)$ inversible, debe cumplirse

$$c_1 c_3 - c_2^2 > 0 \quad (18)$$

y la función de energía total del sistema se expresa como

$$H(p, q) = \frac{1}{2} p^T M^{-1}(q_2) p + V(q_1, q_2) \quad (19)$$

Por lo tanto, las ecuaciones de Hamilton correspondientes al sistema TORA vienen dadas por

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_q H \\ \nabla_p H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix} u \quad (20)$$

con $G = [0 \ 1]^T \in \mathfrak{R}^{2 \times 1}$, y $u \in \mathfrak{R}$, resultando así un sistema con 2 grados de libertad, con grado de subactuación 1, y con q_2 como coordenada actuada.

4. Estabilización del sistema TORA

A. Moldeado de la Energía en el Sistema TORA

Para el moldeado de la energía la atención puede concentrarse en la resolución de la EDP (14). Para ello se define la matriz M_d mediante

$$M_d = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_3 \end{bmatrix}, \text{ con } a_1 > 0 \text{ y } a_1 a_3 - a_2^2 > 0 \quad (21)$$

La ecuación (14) para el sistema queda expresada como

$$\begin{bmatrix} a_1 c_3 - a_2 c_2 \cos(q_2) \\ a_2 c_1 - a_1 c_2 \cos(q_2) \end{bmatrix} \nabla_{q_1} V_d + \nabla_{q_2} V_d = \left[\frac{\delta}{a_2 c_1 - a_1 c_2 \cos(q_2)} \right] K q_1 \quad (22)$$

Denotemos

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{a_1 c_3 - a_2 c_2 \cos(q_2)}{a_2 c_1 - a_1 c_2 \cos(q_2)} = \frac{b_3 + b_4 \cos(q_2)}{b_1 + b_2 \cos(q_2)} \quad (23)$$

donde $b_1 = a_2 c_1$, $b_2 = -a_1 c_2$, $b_3 = a_1 c_3$, y $b_4 = -a_2 c_2$. Es decir,

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{b_4}{b_2} + \frac{b_3 b_2 - b_1 b_4}{b_2^2} \cdot \frac{1}{b_1 + b_2 \cos(q_2)} \quad (24)$$

de manera que se obtiene

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{a_2}{a_1} \Leftrightarrow a_2 = \pm \sqrt{\frac{c_3}{c_1}} a_1 = \alpha a_1 \quad (25)$$

En lo sucesivo, para simplificar, tomaremos únicamente el valor positivo de la constante α . Sobre el conjunto

$$\left\{ (a_1, a_2, a_3) \in \mathfrak{R}^3 / a_1, a_2 \text{ y } a_3 \text{ satisfacen (27) y además } a_2 = \alpha a_1 \right\} \quad (26)$$

la ecuación (14) toma la forma

$$\frac{\alpha}{q_q} \nabla_{q_1} V_d + \frac{1}{q_1} \nabla_{q_2} V_d = \frac{K}{a_1} \left[\sqrt{c_1 c_3} + c_2 \cos(q_2) \right] \quad (27)$$

La aplicación del método de las características a la ecuación (27) conduce a la solución

$$V_d(q_1, q_2) = F(s) + \frac{K}{a_1} \sqrt{c_1 c_3} \frac{1}{2\alpha} [q_1^2 - (q_1 - \alpha q_2)^2] + \frac{K}{a_1} c_2 \alpha \cos(q_2) + \frac{K}{a_1} c_2 \alpha q_2 \sin(q_2) + \frac{K}{a_1} c_2 (q_1 - \alpha q_2) \sin(q_2) - \frac{K}{a_1} c_2 \alpha \quad (28)$$

donde $F(s)$ es una función arbitraria de la variable $s = q_1 - \alpha q_2$. Para asignar el punto de equilibrio en el origen a la función V_d puede elegirse la función $F(s)$ como

$$F(s) = \frac{1}{2} R (q_1 - \alpha q_2)^2, \text{ con lo cual se obtiene finalmente para la energía potencial deseada}$$

$$V_d(q_1, q_2) = \frac{1}{2} R (q_1 - \alpha q_2)^2 + \frac{K}{a_1} \sqrt{c_1 c_3} \frac{1}{2\alpha} [q_1^2 - (q_1 - \alpha q_2)^2] + \frac{K}{a_1} c_2 \alpha \cos(q_2) + \frac{K}{a_1} c_2 \alpha q_2 \sin(q_2) + \frac{K}{a_1} c_2 (q_1 - \alpha q_2) \sin(q_2) - \frac{K}{a_1} c_2 \alpha \quad (29)$$

donde se ha introducido R como un parámetro de diseño.

La función $V_d(q_1, q_2)$ satisface $V_d(0,0) = 0$, y el sistema de ecuaciones

$$\nabla q V_d(q_1, q_2) = 0 \quad (30)$$

posee el par de soluciones

$$(i) (q_1, q_2) = (0, q_2^*) \text{ con } q_2^* \text{ satisfaciendo: } \sin(q_2^*) = \frac{a_1}{K c_2} \left[R \alpha - \frac{K}{a_1} \sqrt{c_1 c_3} \right] q_2^*, \text{ y}$$

$$(ii) (q_1, q_2) = (q_1^{**}, q_2^{**}) \text{ con } q_2^{**} = \pi - \arccos\left(\frac{\sqrt{c_1 c_3}}{c_2}\right)_w$$

La opción (ii) es descartable por cuanto, de acuerdo a (21), $\frac{\sqrt{c_1 c_3}}{c_2} > 1$, de manera que sólo es posible la solución (i). La relación de (i) se satisface para a lo sumo tres valores de q_2^* , pero poseerá únicamente la solución $q_2^* = 0$ si se elige el parámetro de diseño R

de modo que $\frac{a_1}{K c_2} \left[R \alpha - \frac{K}{a_1} \sqrt{c_1 c_3} \right] > 1$. En conclusión,

$$\nabla q V_d(q_1, q_2) = 0 \Leftrightarrow (q_1, q_2) = (0,0) \text{ si } R > \frac{K}{\alpha a_1} \left[\sqrt{c_1 c_3} + c_2 \right] \quad (31)$$

De tal manera que, para tener un punto mínimo para $V_d(q_1, q_2)$, sólo falta examinar que ocurre con el Hessiano de V_d en $(0,0)$. Para este fin, el determinante de la matriz Hessiana de V_d en $(0,0)$. se calcula como

$$\det(\text{Hess}(V_d(0,0))) = \frac{K}{a_1^2} \left\{ R \alpha a_1 \sqrt{c_1 c_3} \alpha + R \alpha a_1 c_2 \alpha - K c_1 c_3 - 2K \sqrt{c_1 c_3} c_2 - K c_2^2 \right\} \quad (32)$$

Por lo tanto, para tener un mínimo en el origen, debe elegirse

$$(i) R > 0, \quad y \quad (i) R > \frac{K}{\alpha a_1} \left[\sqrt{c_1 c_3} + c_2 \right] \quad (33)$$

condiciones éstas que coinciden exactamente con (31).

B. Análisis de la Estabilidad

La estabilidad del punto de equilibrio del sistema TORA se sigue de la aplicación de la Proposición 1. Para la estabilidad asintótica definamos el conjunto residual

$$\Omega = \left\{ (q_1, q_2, p_1, p_2) \in \mathfrak{R}^4 / \dot{H}_d(q_1(t), q_2(t), p_1(t), p_2(t)) = 0 \right\} \quad (34)$$

Por aplicación de una serie de observaciones sobre este conjunto se llega a la conclusión que $\Omega = \{(0,0,0,0)\}$, y, por el Principio de Invariancia de Lasalle, el origen es un punto de equilibrio asintóticamente estable.

C. Inyección de amortiguamiento

De acuerdo con (12) el control u_{es} , y puesto que $J_2 = 0$, viene dado por

$$u_{es} = \left[0 \quad 1 \right] \left\{ \begin{bmatrix} \nabla q_1 H \\ \nabla q_2 H \end{bmatrix} - M_d M^{-1} \begin{bmatrix} \nabla q_1 V_d \\ \nabla q_2 V_d \end{bmatrix} \right\} \quad (35)$$

Por otro lado, la expresión para el término u_{es} del controlador es, de acuerdo a (8)

$$\begin{aligned} u_{es} &= -K_v \left[0 \quad 1 \right] \begin{bmatrix} \nabla p_1 H_d \\ \nabla p_2 H_d \end{bmatrix} = -K_v \left[0 \quad 1 \right] M_d^{-1} p \\ &= -K_v \frac{1}{a_1 a_3 - a_2^2} \begin{bmatrix} a_1 p_2 \\ -a_2 p_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (36)$$

Para resumir esta sección, establecemos la siguiente

Proposición 2: *El sistema TORA (24), con los parámetros c_1 , c_2 , y c_3 sujetos a la restricción (21), en lazo cerrado con la función de control IDA-PBC $u = u_{es} + u_{di}$, con u_{es} y u_{di} dados por las expresiones (35) y (36), posee un punto de equilibrio en el origen, el cual es globalmente asintóticamente estable.*

5. Simulaciones Numéricas

Una típica respuesta del sistema en lazo cerrado con el controlador, se muestra en las Figuras 2(a), 2(b). Como puede verse, el sistema exhibe su respuesta en forma de oscilaciones amortiguadas, y la estabilización se produce a los 60 segundos.

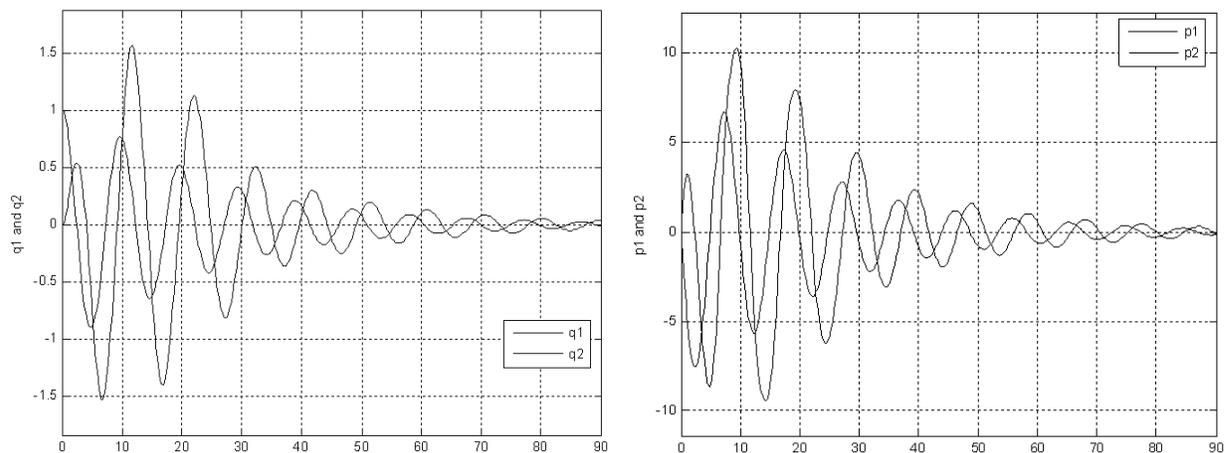


Figura 2. (a) Desplazamiento traslacional y posición angular. (b) Velocidad trasnacional y velocidad angular.

6. Conclusiones

En el presente trabajo se ha desarrollado un esquema de control basado en IDA-PBC para el sistema prototipo TORA. La principal característica de este método es que explota la estructura física del sistema, en este caso, se aprovecha que toda la información del comportamiento dinámico del sistema mecánico está contenida en las funciones de energía y de disipación., en consecuencia el diseño del controlador se ha concentrado en el manejo y modificación de estas variables.

Para el moldeado de la energía total se tomó ventaja de la posibilidad de obtener un matriz deseada con términos constantes, y para la síntesis de la energía potencial deseada se obtuvo una reducción del conjunto de parámetros posibles para la matriz deseada, que facilita enormemente la resolución de la ecuación en derivadas parciales característica del método IDA-PBC.

Al final se realizaron simulaciones numéricas que muestran el excelente comportamiento del controlador diseñado, reduciendo significativamente las oscilaciones de la plataforma, y con un “settling time” perfectamente aceptable.

7. Referencias bibliográficas

1. G. Escobar, R. Ortega, and H. Sira-Ramírez. “Output feedback global stabilization of a nonlinear benchmark system using a saturated passivity-based controller”. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol 7, No 2, March 1999, pp: 289-293.
2. M. Jankovic, D. Fontaine, and P. Kokotovic. “TORA Example: -cascade and and passivity-based control designs”. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol 4, No 3, May 1996, pp: 292-297.
3. A. Mahindrakar, A. Astolfi, R. Ortega, and G. Viola. “Further constructive results on interconnection and camping assignment control of underactuated mechanical systems: The acrobot example”. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol 16, (14), Sept 2006, pp: 671-685.
4. R. Olfati-Saber. “Nonlinear Control of underactuated mechanical systems with applications to robotics and aerospace vehicles”. Phd Tesis, Massachussets Institute of Technology, 2001.

5. R.Ortega,, M. Spong, F. Gómez Stern, and G. Blankenstein. “ Stabilization of a class of underactuated mechanical systems via interconnection and camping assignment”. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol C, AC-47, No 8, August 2002, pp. 1218-1233.
6. R. Ortega, A. van der Schaft, B. Masche, and G. Escobar.”Stabilization of port-controlled Hamiltonian systems: Energy balancing and passivation”. Automatica, Vol 38, No 4, April, 2002. Preprint.
7. A. Pavlov, B. Janssen, N. van de Wouw, and H. Nijmeijer. “Experimental output regulation for the TORA system”. Preprint.