

# Modelo matemático para la evaluación de parámetros hidráulicos de un reactor anaerobio de flujo ascendente a escala piloto (RAFAep)

Gabriel Arguello<sup>1</sup>, Gerardo Aldana<sup>2</sup> y Jhonny Perez<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Matemática. Facultad de Ingeniería. Universidad del Zulia.

Maracaibo, estado Zulia, Venezuela. *garguello55@gmail.com*

<sup>2</sup>Centro de Investigación del Agua. Facultad de Ingeniería. Universidad del Zulia.

Maracaibo, estado Zulia, Venezuela. *gerardoaldana\_21@hotmail.com*

<sup>3</sup>Facultad de Ingeniería. Universidad de la Guajira. Colombia. *jpemon@hotmail.com*

Recibido: 28-06-2013 Aceptado: 20-06-2014

## Resumen

Los parámetros hidráulicos son estimados empíricamente durante el diseño de reactores anaeróbicos de flujo ascendente (RAFA). El objetivo de este estudio fue determinar el comportamiento hidráulico de un RAFA a escala piloto (RAFAep) por medio de un modelo de flujo de dos zonas. La metodología consistió en establecer mediante simulación los parámetros del modelo para la zona de Reactor de Tanque Mezclado Continuatamente (RTMC) y la zona de Reactor de Flujo Pistón (RFP). A tres conjuntos de datos experimentales correspondientes a tiempos de retención hidráulicos de 5, 8 y 10 horas, se le aplicó regresión no lineal basada en mínimos cuadrados, arrojando como resultados los parámetros del modelo tales como: volumen de trabajo ( $V_b$ ), fracción tratada ( $f$ ) y el coeficiente adimensional ( $\alpha^2 = \frac{D_p}{L^2}$ ). El coeficiente de dispersión obtenido varió en el rango de  $1,43 \times 10^{-6}$  a  $3,11 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s. Las conclusiones arrojaron que el modelo de dos zonas fue adecuado para predecir el comportamiento hidráulico del RAFAep, ya que se obtuvo una correlación por encima del 99%.

**Palabras clave:** RAFA, modelo de dos zonas, coeficiente de dispersión.

## Mathematical model for evaluating parameters of a hydraulic upflow anaerobic reactor pilot scale (RAFAep)

### Abstract

The hydraulic parameters are estimated empirically for the design of Upflow Anaerobic Sludge Blanket (UASB) reactors. The purpose of this study was to determine the hydraulic behavior of a UASB at pilot scale (UASBps) using a mathematical model of flow of two zones. The methodology consisted of establishing the parameters of the model for the continuously mixed tank reactor zone and the plug flow reactor zone with simulation.

Nonlinear regression least squares was applied to three experimental data sets corresponding to hydraulic retention times of 5, 8 and 10 hours yielding as a result the model parameters such as net volume ( $V_b$ ), treated fraction ( $f$ ) and the dimensionless coefficient ( $\alpha^2 = \frac{D_p}{L^2}$ ). Results showed that dispersion coefficient varied in the range of  $1.43 \times 10^{-6}$  to  $3.11 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s. It showed that the two zone model was suitable for predicting UASBps hydraulic behavior, as a correlation was obtained over 99%.

**Keywords:** UASB reactor, two zones model of flow, dispersion coefficient.

## Introducción

Un RAFA es un sistema que sirve para el tratamiento de aguas residuales. Los modelos basados en la ecuación de dispersión son generalmente aceptados para describir el flujo de sistemas dispersivos como el RAFA, y su resolución permite predecir el comportamiento de un sistema específico o la interpretación de los resultados en experimentos realizados con trazadores, que ayudan a determinar los parámetros físicos del sistema investigado [1].

A pesar de la influencia que ejerce la dispersión y el comportamiento hidráulico en la eficiencia de remoción de la carga orgánica, el diseño geométrico del RAFA se realiza empíricamente. Para aguas residuales municipales (ARM) los RAFA se diseñan con el concepto de tiempo de retención teórico y para aguas residuales industriales se diseñan con la carga orgánica volumétrica [2, 3, 4], como sucede con la mayoría de las plantas de tratamiento a gran escala [5].

Los criterios de diseño de los RAFA no vinculan el comportamiento hidráulico del sistema, debido a que los estudios de eficiencia realizados carecen de las consideraciones hidráulicas sin las cuales no puede describirse adecuadamente la dinámica del reactor [6]. Por otro lado, las predicciones hidráulicas realizadas en RAFA a escala de laboratorio (RAFAel) presentan incertidumbres y errores debido a que se hacen a temperatura controlada, no conservan una relación de escala para extrapolar, no se someten a las variaciones de concentración horaria o diurna o estacionales del sustrato y se hacen con sustrato preparado entre otras razones. Esto se confirma cuando algunos trabajos afirman que las investigaciones futuras deben salir de la escala de laboratorio y ser desarrolladas a escala real [6]. Además, los parámetros hidráulicos como eficiencia, volumen muerto y flujo advectivo muchas veces son obtenidos a través de relaciones empíricas [7, 8].

Sin embargo, Saravanan y Sreekrishnan(2006) no toman en cuenta la importancia de la escala piloto antes de ir a la real, por lo que se considera necesario estudiar el RAFAep aplicando la modelación física que satisfaga las condiciones de similitud y semejanza tanto para la geometría (dimensiones), la cinemática (caudal, volúmenes y velocidad) y la dinámica (fuerzas, masa y número de Peclet), especialmente donde no ha sido evaluada esta tecnología de tratamiento para conocer la influencia de las condiciones ambientales y las características de las ARM locales. Por lo anterior se puede afirmar que las investigaciones realizadas a escala de laboratorio y modelo físico deben ser validadas y calibradas en reactores a escala real.

El trabajo de Wu y Hickey (1997) sobre un modelo dinámico de flujo de dos zonas, una zona RTMC que representa la parte del manto y del lecho, y una zona RFP que representa la zona de clarificación, tuvo un buen desempeño al describir el comportamiento hidráulico, la cinética de las reacciones biológicas y la transferencia de masa dentro del lecho para un RAFAel.

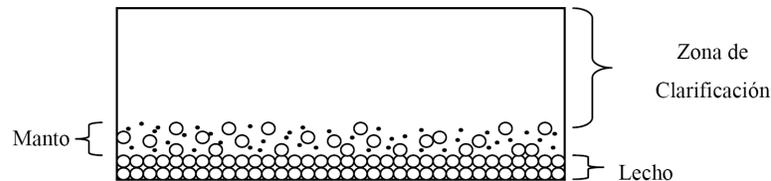
En este estudio se muestra la resolución matemática de un modelo de dos zonas RFP y RTMC y su aplicación a los datos experimentales con el trazador  $Li^+$  obtenidos de un RAFAep, con la finalidad de obtener un modelo calibrado que permita explicar el comportamiento hidráulico del reactor y lograr un diseño eficiente.

## Fundamentos Teóricos

### Esquema del Modelo de dos zonas del Reactor

Un RAFA se subdivide en tres partes: el lecho, el manto y la zona de clarificación, como lo muestra la figura 1.

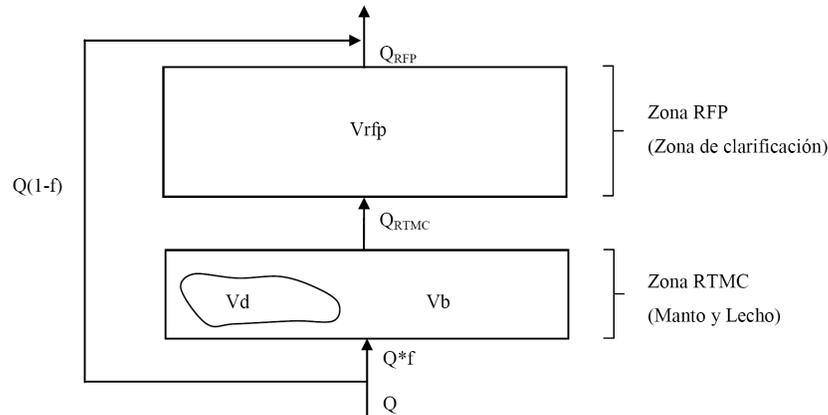
Figura 1. Sección transversal de un RAFA



Fuente: diseño de los autores

El modelo de dos zonas RTMC y RFP se esquematiza en el balance de masas mostrado en la figura 2. El caudal  $Q$  que va a ser tratado se subdivide en una parte  $Q^*f$ , que es procesada, donde  $f$  es la fracción que efectivamente es tratada, y la otra parte  $Q(1-f)$  pasa por el reactor sin ser procesada. La parte  $Q^*f$  entra a la zona RTMC, y se procesa en el volumen de trabajo  $V_b$ . Hay una parte de la zona RTMC que no es utilizada y que se denomina volumen muerto  $V_d$  [9].

Figura 2. Modelo de dos zonas del RAFA



Fuente: [9] modificada por los autores.

La parte procesada en la zona RTMC,  $Q_{RTMC}$ , entra en la zona RFP donde se liberan gradualmente los residuos remanentes y el flujo es disperso. El volumen de la zona RFP es  $V_{rfp}$ . La suma de  $V_b$ ,  $V_d$  y  $V_{rfp}$  es igual al volumen total del reactor.

### Desarrollo matemático de las dos zonas

El problema de valor inicial (PVI) que modela la zona RTMC es el siguiente:

$$PVI = \begin{cases} V_b \frac{dC}{dt} = \begin{cases} \frac{M \cdot f}{t_{in}}, & 0 \leq t \leq t_{in} \\ 0, & t \geq t_{in} \end{cases} - Q \cdot f \cdot C(t) \\ C(0) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

donde:

$C = C(t)$ : concentración del trazador en la zona RTMC;  $t$ : tiempo;

$V_b$ : volumen de trabajo de la zona de RTMC;  $f$ : fracción efectiva de tratamiento del reactor;

$Q$ : flujo total que entra al reactor;  $M$ : masa del trazador  $Li^+$  que entra al reactor;

$t_{in}$ : tiempo de inyección del trazador.

Aplicando transformada de Laplace a la ecuación diferencial ordinaria, sustituyendo la condición inicial y despejando se obtiene:

$$\bar{C} = \frac{M \cdot f}{t_{in}} \left( \frac{1}{s(V_b s + Q \cdot f)} - \frac{e^{-t_{in} s}}{s(V_b s + Q \cdot f)} \right) \quad (2)$$

donde  $\bar{C} = \bar{C}(s) = \mathcal{L}\{C(t)\}$

Aplicando transformada inversa a la ecuación (2) se obtiene:

$$C(t) = \frac{M}{Q t_{in}} \left[ \left( 1 - e^{-\frac{Qf}{V_b} t} \right) - u_{t_{in}}(t) \left[ 1 - e^{-\frac{Qf}{V_b} t} e^{-\frac{Qf}{V_b} t_{in}} \right] \right] \quad (3)$$

donde  $u_{t_{in}}(t)$ : función escalón unitario con salto en  $t = t_{in}$ .

Los parámetros correspondientes a esta zona son  $V_b$  y  $f$ .

El problema de contorno (PC) que modela la zona RFP es el siguiente:

$$PC = \begin{cases} EDP: \frac{\partial C_{RFP}}{\partial t} = \frac{D_p}{L^2} \frac{\partial^2 C_{RFP}}{\partial x^2} - \frac{v}{L} \frac{\partial C_{RFP}}{\partial x}, & \text{dominio } \begin{cases} 0 < x < 1 \\ t > 0 \end{cases} \\ CB: \begin{cases} C_{RFP}(0, t) = C_{RTMC}(t) \\ \frac{\partial C_{RFP}}{\partial x}(1, t) = 0 \end{cases} & \text{si } t \geq 0 \\ CI: \{C_{RFP}(x, 0) = 0\} & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (4)$$

donde:

la ecuación en derivadas parciales (EDP) es la ecuación de dispersión;

$C_{RFP} = C_{RFP}(x, t)$ : concentración del trazador en el punto  $x$  en el tiempo  $t$  de la zona RFP;

$x$ : variable adimensional de posición en la zona RFP;  $t$ : tiempo;

$D_p$ : coeficiente de dispersión;  $v$ : velocidad de flujo dentro de la zona RFP;

$L$ : longitud de la zona RFP;

$C_{RTMC}$ : concentración del trazador en la zona RTMC, dado por la ecuación (3).

Las condiciones de borde (CB) indican que en  $x = 0$  (comienzo de la zona RFP) la concentración debe ser igual a la concentración de la zona RTMC y en  $x = 1$  (final de la zona RFP) se asume un flujo completamente desarrollado; la condición inicial (CI) indica que en el tiempo inicial  $t = 0$ , la concentración del trazador es igual a cero.

Se aplica el método de diferencias finitas de Crank-Nicolson [10], contamaño de paso espacial,  $h$  ( $m$ : número de subdivisiones), y un tamaño de paso,  $k$ , en el tiempo:

$$h = \Delta x = \frac{x_f - x_0}{m} \Rightarrow m = \frac{x_f - x_0}{h} = \frac{1 - 0}{h} = \frac{1}{h}; k = \Delta t$$

Los parámetros del modelo se denotan como

$$\alpha^2 = \frac{D_p}{L^2}; \beta = \frac{v}{L};$$

La función incógnita para la concentración en la zona RFP se denota como

$$C = C_{RFP}$$

Los valores aproximados en forma discreta de  $C$  se obtienen resolviendo los sistemas de ecuaciones siguientes:

$$AC^{(j+1)} = BC^{(j)} + D; \quad j = 0, 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

donde:  $C^{(j+1)}$ ,  $C^{(j)}$  aproximaciones discretas de  $C$  en los pasos de tiempo  $j+1$  y  $j$ ;

$A$ ,  $B$ : matrices tridiagonales  $(m-1) \times (m-1)$ , que no varían en el tiempo;

$D$ : vector  $(m-1) \times 1$ ;  $n$ : número de pasos en el tiempo;

$$\lambda = \frac{\alpha^2 k}{h^2}$$

$$A = \begin{pmatrix} (1+\lambda) & \left(-\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) & (1+\lambda) & \left(-\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) & (1+\lambda) & \left(-\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) & (1+\lambda) & \left(-\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) & \left(1 + \frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} (1-\lambda) & \left(\frac{\lambda}{2} - \frac{\beta k}{4h}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) & (1-\lambda) & \left(\frac{\lambda}{2} - \frac{\beta k}{4h}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) & (1-\lambda) & \left(\frac{\lambda}{2} - \frac{\beta k}{4h}\right) & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) & (1-\lambda) & \left(\frac{\lambda}{2} - \frac{\beta k}{4h}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) & \left(1 - \frac{\lambda}{2} - \frac{\beta k}{4h}\right) \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} \left(\frac{\lambda}{2} + \frac{\beta k}{4h}\right) (C_{RTMC}(t_{j+1}) + C_{RTMC}(t_j)) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C^{(j)} = \begin{pmatrix} C_1^j \\ C_2^j \\ C_3^j \\ \vdots \\ C_{m-2}^j \\ C_{m-1}^j \end{pmatrix}; \quad C^{(j+1)} = \begin{pmatrix} C_1^{j+1} \\ C_2^{j+1} \\ C_3^{j+1} \\ \vdots \\ C_{m-2}^{j+1} \\ C_{m-1}^{j+1} \end{pmatrix}$$

Cada valor discreto, permite aproximar a la concentración del trazador  $C$  en el punto  $x = i \cdot h$  y en el tiempo  $t = j \cdot k$ . Con los valores de la concentración inicial  $C^{(0)}$  se resuelve el sistema de ecuaciones (5) para obtener  $C^{(1)}$ . Con el vector  $C^{(1)}$  se vuelve a resolver el sistema (5) para obtener  $C^{(2)}$ . Este proceso se repite hasta obtener el vector de valores aproximados  $C^{(n)}$ , correspondiente al tiempo final requerido.

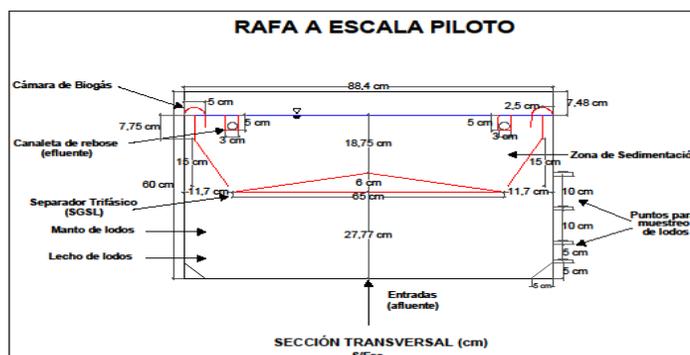
Los valores de los parámetros del modelo, se determinan por medio de una regresión no lineal basada en mínimos cuadrados. El parámetro es fijo.

## Parte Experimental

### Equipo experimental

Los experimentos se realizaron en un RAFAep [11] en escala reducida del prototipo 1:8, (figura 3), localizado en el Centro de Investigación del Agua (CIA), con dimensiones internas de 88,40 cm x 118,40 cm x 60 cm, y volumen líquido variable hasta una altura máxima ( $H$ ) de 52,52 cm. El lecho está compuesto por 105 L de lodo (20 % V/V) que proviene de una cervecera local (62 L) y de una laguna facultativa (43 L).

**Figura 3. Reactor anaerobio de flujo ascendente a escala piloto (RAFAep)**



El ARM a tratar se recolectaba en un tanque de 1200 litros mediante una bomba autocebante de 1 HP. Se usaron dos bombas peristálticas de 6-600 rpm, una para alimentar desde el tanque con un caudal afluente constante al reactor, y la otra para tomar las muestras del afluente y del efluente, por medio de un controlador de flujo y con un programador horario. Las muestras fueron refrigeradas a 4°C en una nevera.

### Proceso de muestreo experimental

EL ARM utilizada provino del Colector C que recoge las aguas del sector noroeste de la ciudad de Maracaibo, Venezuela. Los tiempos de retención hidráulicos del reactor fueron 5, 8 y 10 horas. Se midió la concentración del trazador en diferentes tiempos, para obtener datos reales de dicha variación temporal, que sirvan para ajustar un modelo que permita simular la concentración del trazador como función del tiempo.

Se utilizó  $\text{Li}^+$  ( $\text{LiCl}$ ) como trazador por ser un elemento de poca interacción con el manto de lodo [12, 13, 14]. Se agregaron 250 ml de una solución patrón de 5000  $\text{mgLi}^+/\text{L}$  ( $M = 1250 \text{ mg}$ ) de forma instantánea [15], e inmediatamente se inició la recolección de las muestras en el efluente y se realizaron tres

réplicas. La recolección se hizo por un periodo mínimo de cuatro veces el tiempo de retención hidráulico teórico (TRHt), siendo recomendable una duración mínima de tres veces el tiempo de retención hidráulico teórico del reactor [16]. Las mediciones de Litio se realizaron en un espectrofotómetro de absorción atómica (marca Perkin Elmer, modelo 3110, método de llama gas aire-acetileno a 670,80 nm) con una precisión de detección mínima de 0,01 mg/L[11].

## Proceso de cálculo numérico

Se elaboró un programa con cuatro módulos basados en el ambiente de cómputo técnico MATLAB®, que incluyen las funciones del cálculo del modelo de dos zonas, la función que calcula el error entre los datos reales y los datos simulados que es necesaria para la regresión no lineal en la que los valores óptimos de los parámetros corresponden a la minimización de la sumatoria de los cuadrados de los errores, y un programa que integra las anteriores funciones. Los datos reales se interpolaron linealmente con intervalos de tiempo de  $k = 5$  minutos, para facilitar el proceso de simulación.

## Resultados y Discusión

Se realizaron 1000 simulaciones para cada caso de 5 horas, 8 horas y 10 horas, con lodo, de los datos experimentales interpolados con longitud  $L$  de la zona RFP fija, con volumen  $V_{rfp}$  de la zona RFP fijo y con el parámetro  $\beta$  conocido. Se seleccionó la simulación óptima para cada caso. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 1 y en las figuras 4, 5 y 6. Las gráficas y los coeficientes de correlación indican que hay un buen ajuste para cada uno de los casos.

**Tabla 1. Resultados óptimos para cada caso**

Variables e indicadores	5 horas con lodo	8 horas con lodo	10 horas con lodo
Volumen de trabajo (Vb)	114,9259	197,6557	140,6678
Fracción tratada (f)	0,6263	0,6512	0,5176
Parámetro ( $\beta$ )	9,9582788981e-04	0,0020227554	9,2614078071e-004
Parámetro ( $\beta$ )	0,0052967784	0,0033748277	0,0026159774
Volumen del reactor [Its]	525,8689	523,7756	524,8223
Volumen muerto (Vd) [Its]	90,9372	8,2074	65,1953
Norma del error	1,0650	1,5039	0,8195
Volumen Pistón ( $V_{rfp}$ ) [Its]	320,0058	317,9125	318,9592
Longitud zona Pistón (L)[dm]	3,0574	3,0374	3,0474
$D_p$ (dm <sup>2</sup> /min)	0,0093087668	0,0186616791	0,0086008087
Coef.correlación ajustado	0,9945	0,9919	0,9978

Nota: Se usan diferentes dígitos decimales, de acuerdo con la precisión requerida

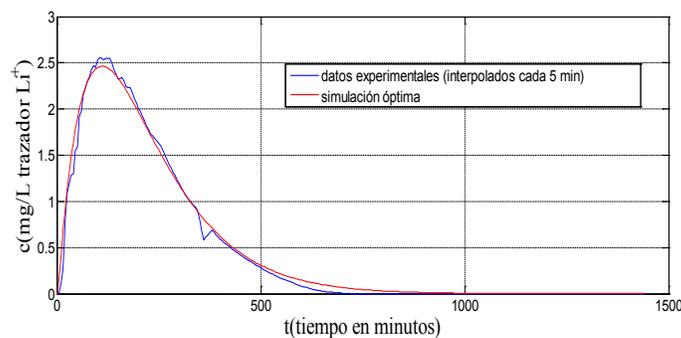
El modelo de flujo de dos zonas que relaciona las concentraciones del trazador en el tiempo medidas experimentalmente con respecto a las simuladas por dicho modelo, presentó coeficientes de correlación ajustados por encima de 0,99 para todos los tiempos de retención hidráulica, lo que hace que dicho modelo sea eficiente para predecir el comportamiento hidráulico de los RAFAep.

Para cada caso de 5, 8 y 10 horas, los porcentajes del volumen muerto con respecto al volumen de la zona RTMC fueron 44,17%, 3,99% y 31,67% respectivamente, siendo los más altos para 5 y 10 horas. Esto indicó que TRHt más favorable fue 8 horas. Como este tiempo depende directamente del caudal, se deduce que el caudal (Q) es un parámetro de diseño importante.

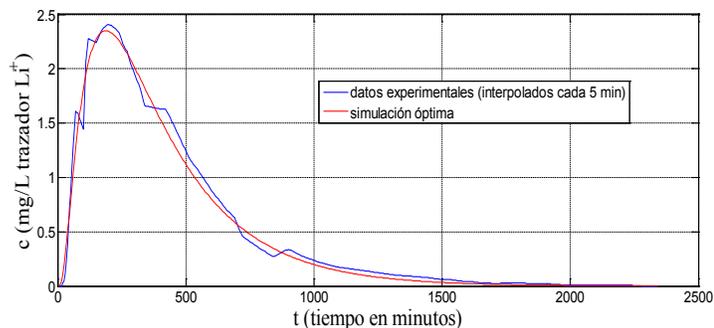
La fracción tratada  $f$  varió en un rango de 51,76% a 65,12%, lo cual indicó una cantidad de flujo advectivo, que varió en un rango de 48,24% a 34,88%, que pasó por el reactor sin ser tratada.

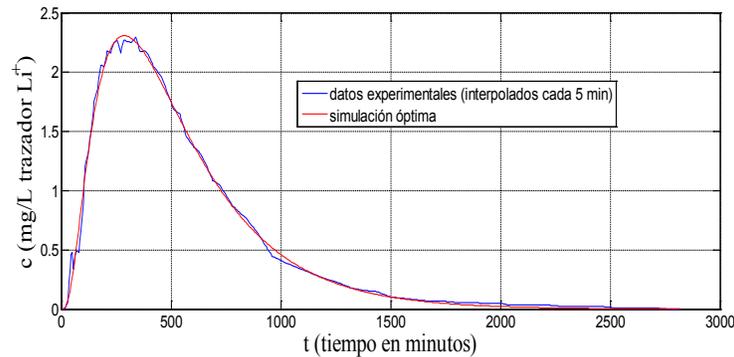
El coeficiente de dispersión ( $D_p$ ) es un parámetro fundamental para el diseño de los RAFA, que no puede ser medido experimentalmente. La tabla 1 muestra que fue aproximadamente el doble en el caso de 8 horas, en comparación con los otros dos casos (el parámetro obtenido prácticamente se duplica, sin una variación significativa de la longitud de la zona pistón,  $L$ ). Luego de realizar la conversión adecuada, se determinó que el coeficiente de dispersión varió en el rango de  $1,43 \times 10^{-6}$  a  $3,11 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s para el RAFAep.

**Figura 4. Resultados obtenidos para el caso TRHt = 5 horas, con lodo**



**Figura 5. Resultados obtenidos para el caso TRHt = 8 horas, con lodo**



**Figura 6. Resultados obtenidos para el caso TRHt = 10 horas, con lodo**

Las gráficas a pesar de que tienen un buen ajuste a los datos experimentales, no reproducen los cortocircuitos ni antes ni después de la concentración máxima. Ningún resultado de simulación reproduce estas variaciones, debido a que el modelo no incorpora el carácter aleatorio del cortocircuito y la propiedad no conservativa del trazador  $\text{Li}^+$ [17].

## Conclusiones

Este estudio demostró que el caudal influye en la variación de los volúmenes muertos y en el flujo advectivo, siendo el caudal  $Q$  un parámetro importante en el diseño del reactor. El  $\text{TRHt} = 8$  horas fue mejor ya que presentó el menor volumen muerto del 4% del volumen del RTMC y la mayor fracción tratada del 65%.

El modelo de dos zonas y el coeficiente de dispersión ( $D_p$ ) con un rango de  $1,43 \times 10^{-6}$  a  $3,11 \times 10^{-6}$   $\text{m}^2/\text{s}$  podría ser utilizado en el diseño de reactores RAFA a escala real para ayudar a mejorar el tratamiento de aguas residuales.

## Referencias Bibliográficas

1. Kreft A., Zuber, A., On the physical meaning of the dispersion equation and its solutions for different initial and boundary conditions, *Chemical Engineering Science*, Vol. 33, N° 11, (1978), 1471-1480.
2. Souza M.E., Criteria for the utilization, design and operation of UASB reactor, *Water Science and Technology*, Vol. 18, N° 12, (1986), 55-69.
3. Lettinga G., Hulshoff L., *Advanced reactor design, operation and economy*, *Water Science and Technology*, Vol. 18, N° 12, (1986), 99-108.
4. Viera S., García A., *Sewage treatment by UASB reactor operation result and recommendation for design and utilization*, *Water Science and Technology*, Vol. 25, N° 7, (1992), 143-157.
5. Ingeniero Borda y asociados, *Tratamiento mediante reactores anaerobios*, Argentina, (2002), <http://www.ingeborda.com.ar/biblioteca/>, 19-04-2013.
6. Saravanan V., Sreekrishnan T.R., *Modelling anaerobic biofilm reactors –A review*, *Journal of Environmental Management*, Vol. 81, N° 1, (2006), 1-18.
7. Ren T., Mua Y., Yu H., Harada H., Li Y., *Dispersion analysis of an acidogenic UASB reactor*, *Chemi-*

- cal Engineering Journal, Vol. 142, N° 2, (2008), 182-189.
8. Martin A.D., Interpretation of residence time distribution data, *Chemical Engineering Science*, Vol. 55, N° 23, (2000), 5907-5917.
  9. Wu M., Hickey R., Dynamic model for UASB reactor including reactor hydraulics, reaction, and diffusion, *Journal of Environmental Engineering*, Vol. 123, N° 3, (1997), 244-252.
  10. Chapra S., Canale R., Métodos numéricos para ingenieros, Editorial McGraw-Hill Interamericana, 5ª edición, México, D.F., Capítulo 30, (2007), 896-899.
  11. Perez J., Modelo de Dispersión Axial de un Reactor Anaerobio de Flujo Ascendente (RAFA) utilizando aguas residuales municipales, Tesis de Doctorado, División de Postgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela, (2010), 25- 64.
  12. Van Haandel A., Lettinga G., Tratamiento anaeróbico de esgotos: un manual para regiões de clima quente, Gráfica Epgraf, Universidade Federal da Paraíba, Brasil, (1994).
  13. Avella G., Evaluación del comportamiento hidrodinámico de un reactor UASB y su influencia en la remoción de materia orgánica, tesis de postgrado, Universidad del Valle, Facultad de Ingeniería, Colombia, (2001), 136.
  14. Lara C., Díaz J., Bona A., Evaluación hidráulica de un reactor UASP de compartimientos, Universidad del Valle (Colombia) y Universidad de Paraná (Brasil), Seminario internacional: tratamiento y postratamiento de aguas residuales, Universidad de Boyacá, (2000), 255-273.
  15. Galvis G., Consideraciones sobre la aplicación del modelo simplificado de Wolf y Resnick, XXVII Congreso Nacional de Ingeniería Sanitaria y Ambiental, Barranquilla, Colombia, (1984).
  16. Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental – CEPIS, Tratamiento de agua para consumo humano. Filtración Rápida. Evaluación de plantas de tecnología apropiada, (2004), 283.
  17. Aldana G., Hydraulic behaviour and performance improvement of waste stabilisation ponds (WSPs) using a computational fluid dynamic (CFD) and a physical model, PhD Thesis, Centre for Environmental Health Engineering, University of Surrey, UK, (2004), Chapter 6 and 7, pages 350-378.